F 1509/CM

46/47. 1984/1985.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI

MŰSZAKI EGYETEM KÖNYVTÁR BUDAPEST II. 1848

1900-00-30

CONSTRUCȚII DE MAȘINI

TOMUL XLVI – XLVII 1984 – 1985

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL: Academician *Radu Voinea*
MEMBRII: Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Conf. dr. ing. *Cornel Berbente*; Prof. dr. docent *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei R. S. România; Prof. dr. ing. *Ioan Carabogdan*; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific); Prof. dr. docent *Virgil Constantinescu*; Prof. dr. docent *Felicia Cornea*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu*; Prof. dr. docent *Traian Demian*; Prof. dr. ing. *Gleb Dăgan*; Prof. dr. ing. *Octavian Floarea*; Prof. dr. ing. *Julieta Florea*; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald*; Prof. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan*; Prof. dr. ing. *Moise Ienciu*; Prof. dr. ing. *Vlad Ionescu*; Prof. dr. ing. *Adelaida Mateescu*; Prof. ing. *Jean Moncea*; Prof. dr. ing. *Nicolae Murguleț*; Prof. dr. docent *Florea Oprea*; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean*; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu*; Conf. dr. ing. *Mircea Radeș*; Conf. dr. ing. *Sorin Roșca*; Prof. dr. ing. *George Rulea*; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. *Octavian Stănășilă*; Prof. dr. ing. *Voicu Tache*; Prof. dr. docent *Ion Teoreanu*; Prof. dr. docent *Andrei Țugulea*; Prof. dr. ing. *Silvia Vacu*; Prof. dr. docent *Rodica Vilcu*.

Editor: Institutul Politehnic București
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper through
ROMPRESFILATELIA, Import export press, P.O. Box 12-201, Telex 10378
Calea Griviței 62—64, Bucharest, ROMANIA

Sumar

Tatiana Stănăşilă

Dispersia numărului de soluţii ale unor ecuaţii aleatoare 8

C. Udrişte, C. Radu, Anca Zlătescu

Pozitiv completitudinea sistemelor hamiltoniene unidimensionale 15

M. Nicu, G. Burstein

Model topologico-algebric al conexiunilor între etajele SNC ; fibrarea simplicială cu ridicarea omotopiei 21

D. Filipescu

Cîteva aplicaţii ale teoriei reţelelor în spaţiul euclidian E_n (l. franceză) 27

C. Marinov

Aproximarea soluţiilor sistemelor neliniare (l. engleză) 34

M. Nicu, G. Burstein

Q-analiza dinamică a influenţei variaţiilor structurale din sistemul nervos central asupra proceselor şi funcţiilor nervoase 39

T. Demian, A. Pascu

Asupra calculului şi experimentării lagărelor gazostatice sferice duble 45

A. Oprean, D. Prodan

Determinarea pulsaţiilor de debit la maşinile hidraulice (pompe, motoare) polilobate în cazul profilării sinusoidale 52

D. Drimer

Asupra izvoarelor şi rezultatelor ştiinţifice ale tehnologiilor convenţionale (l. engleză) 57

M. Radeş

Analiza modală experimentală prin o metodă modificată a defazajelor caracteristice 65

Gh. Calea, C. Ionescu

Executarea danturii roţilor dinţate cilindrice prin rulare la cald 73

M. Gheorghe, C. Neagu, Al. Rădulescu

Determinarea dimensiunii optime de reglare şi a perioadei optime a ciclului de prelucrare (l. engleză) 82

1509

MŰEGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA BUDAPEST 1848

Gh. Amza

Contribuții teoretice și experimentale privind tipurile constructive de blocuri ultrasonice, compunerea și elementele constructive specifice prelucrării în cîmp ultrasonor 95

Lucia Fetcu, Aura Casandra

Efectul aplicării forțelor în reazeme asupra solicitărilor barelor drepte 110

C. Ionescu, Alexandrina Mihai, C. Mihai

Cercetări asupra prelucrabilității prin frezare a aliajelor de tip Al-Cu-Mg și Al-Zn-Cu-Mg elaborate în țară 116

P. Gladcov

Cercetări asupra fiabilității reprezentative a sculelor aşchietoare 122

D. Ștefănescu

Mijloace numerice în analiza deformațiilor elementelor elastice ale captoarelor . . 128

Rodica Iova

Cercetări asupra difuziei în procesul de metalizare 137

Adriana Sandu

Influența nervurii inelare de rigidizare asupra stării de tensiuni dintr-o placă circulară 143

P. Gladcov, Cornelia Gladcov

Metoda operativă pentru determinarea coeficienților și exponenților politropiei la găurire 155

Gh. Amza

Influența ultrasunetelor asupra rezistenței la oboseală a produselor prelucrate în cîmp ultrasonor 163

M. Gheorghe, C. Stăncescu, F. Drăgănescu

Algoritm și program de calcul pentru determinarea funcțiilor de regresie multivariabile 176

Gh. Enc, R. Iatan

Posibilități de caracterizare a materialelor solide poligranulare 190

Șt. Staicu

Relații matriceale în cinematica și dinamica mecanismelor plane 198

Recenzii 206

Summary

Tatiana Stănăşilă

The Dispersion of the Number of Solutions of Some Random Equations 8

C. Udrişte, C. Radu, Anca Zlătescu

The Positive Completness of the Hamiltonian Onedimensional Systems 15

M. Nicu, G. Burstein

Topological Algebraic Models on Neuronal Networks in the Central Nervous System 21

D. Filipescu

Some Applications on Networks Theory in E_n Euclidian Space 27

C. Marinov

Approximation of Solutions of Nonlinear Systems 34

M. Nicu, G. Burstein

Dynamical Q-Analysis of the Structural Variation Influence in the Nervous Central Systems 39

T. Demian, A. Pascu

Design of a Double-Spherical Externally Pressuriesed Gas Bearing 45

A. Oprean, D. Prodan

Determination of Polilobed Hydraulic Machines (pumps, engines) Flow Throbs in the Case of Sine Profilation Research 52

D. Drimer

On the Origins and Scientific Resources of Non-Conventional Technologies . . . 57

M. Radeş

Experimental Modal Analysis Using the Extended Method of Characteristic Phase Lags 65

Gh. Calea, C. Ionescu

Execution of the Cylindrical Gear Tooth by Heat Rolling Process 73

M. Gheorghe, C. Neagu, Al. Rădulescu

The Determination of Optimum Adjusting Size and Period of a Machining Cycle . 82

Gh. Amza

Theoretical and Experimental Contributions over the Constructive Types of Ultrasound Blocks 95

Lucia Fetcu, Aura Casandra

Effect of Loading at the Supporting Points, on Internal Forces in Straight Beams . 110

C. Ionescu, Alexandrina Mihai, C. Mihai

Researches Concerning Machining by Milling of the Aluminium Alloys Type AlCuMg and AlZnCuMg Made in Romania 116

P. Gladcov

Researches on the Representative Fiability of the Cutting Tools 122

D. Ştefănescu

Numerical Methods for Analysing the Deflection of the Transducers Flexible Elements 128

Rodica Iova

Inquiries Concerning Diffusion in the Process of Metallising 137

Adriana Sandu

Influence of the Stiffening Annular Rib on the Stress Distribution in a Circular Plate 143

P. Gladcov, Cornelia Gladcov

An Operative Method for Determining Coefficients and Polytropic Exponents at Drilling 155

Gh. Amza

The Influence of Ultrasound over the Fatigue-Strength of the Products Worked in Ultrasound Range 163

M. Gheorghe, C. Stăncescu, F. Drăgănescu

Algorithm and Program for Determination of Multivariable Regression Functions 176

Gh. Ene, R. Iatan

The Possibilities of Characterization of the Solid Polygranular Materials . . 190

Şt. Staicu

Matrix Relation in the Kinematic and Dynamic of the Plane Mechanisms . . 198

Books 206

SCIENTIFIC RESEARCH IN THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF BUCHAREST

With its 26.500 undergraduates and Ph.D students, as well as 1 500 teaching staff working in 12 faculties and 55 departments, the Polytechnic Institute of Bucharest has always been the largest higher education institution in Romania. In fact, from the first engineering courses taught in Romanian, organized in 1818 by the scholar Gheorghe Lazăr, the long succession of engineering schools and of their graduates has only confirmed the technical capacity and inclination of our country and its capital. The distance covered from the former National School of Bridges and Roads, which celebrated its centenary in 1981, to the present day citadel, can be viewed as the ascending line joining aspiration to fulfilment. The admiration for their brilliant forerunners is a strong incentive to present day disciples to rise to the challenge of the contemporary technical and scientific revolution.

The novel, revolutionary principle of the integration of education with research and production, worked out by Comrade Nicolae Ceaușescu, the president of our country, underlies the whole process of education and training our students for work, through work.

The necessary blending of scientific creation and industrial production in the education and training of engineers has been generalized notionwide, in keeping with the provisions of the laws in force at present. A wide spectrum training of specialist enables them to cope with the problems raised every day by the information explosion and the spectacular changes in the national economy. Thus, in the last few years only, new educational structures have been set up directly in response to the demands made by industry. This has resulted in the emergence of new lines of specialization such as : production of coke and coal products special purpose metallurgical products, robotics, biochemistry, chemical equipment and engineering, welding technology and equipment, etc.

Professors and students are directly involved together with specialists from research and industry in the solution of highly important problems such as : mechanization and automation of operations in hot sections, widening of the range of materials used in microelectronics, nuclear power engineering and aeronautics, development of high performance machines, of control and computer equipment, of industrial robots etc.

The main targets of research, as well as of design and microproduction activities in different engineering fields focus on topics put forward by our economy, which require the setting up of joint teams of specialists from different fields, who will follow up the respective project until it is actually applied in industry. The Polytechnic teaching staff and students have worked on many such important projects, for example: integrated circuit grids, aluminium and gold wire drawing technologies, high speed steels with low contents of expensive or scarce elements, titan and zirconium alloys used in nuclear power engineering, technologies used to obtain high purity chemical

compounds, the study of the processes involved in starting synchronous motors driving turbocompressors, the reduction of energy consumption in pumping stations used for irrigations of hydrotransport in mines, control systems for industrial robots, new technologies for electronic components and devices, techniques to eliminate hydrocarbon addition by coal gasification used to sustain combustion in burning bituminous schists, design of special machine-tools, new technologies and modulated devices for high quality processing and testing, high performance farming equipment, production of synthetic elastomers by open ring polymerization of cyclopentadiene, microcomputers, microwave digital relays, interactive graphical systems for computer aided design, etc.

In embarking upon the solution of high priority projects required by the national economy, research teams start from the topics included in the national plan for scientific research, technological development and the implementation of technical and scientific progress, coordinated by the National Council for Science and Technology, led by academician Elena Ceaușescu, BSc, PhD, vice-prime minister of the government and brilliant, world famous scientist. At the same time, long term fundamental research is encouraged in order to carry on and develop lines of research already pursued in our institute for a long time.

The Polytechnic Institute has greatly contributed to industrial development through research and the design of computing equipment, of different devices and installations. But of the various products being manufactured at present or just taken over by industry mention can be made of traffic monitoring equipment, M 18, M 118 and M 216 microcomputers, AMIC and Personal microcomputers, equipment for psychotechnical investigations, complex installations for poultry batteries, the DIALISP artificial intelligence machine, the DELTA microwave digital relay and many others. Of significant importance is the design and construction of an automatic line for chill casting, of test stands, sugar diffusion installations, technological aggregates, industrial robots, dimensional control devices, measuring and control equipment, etc.

The Polytechnic Institute is the organizer of a large number of national and international scientific meetings, a few of the most recent being The National Conference on Power Engineering, The Vth National Conference on Industrial Automatic and Information Systems, The 3rd Symposium on Microwave Technology, The 2rd Colloquium on Water Treatment Equipment, The Symposium on Electrical Machines Associated with Static Converters, The Vth National Conference on Machine-Tools, The IIIrd National Conference on Precision Mechanics, The National Conference on Chemistry and Chemical Engineering, The IIInd National Symposium on Industrial Robots.

In the last three years, 110 teaching staff and 60 foreign citizens have been awarded doctoral degrees in the Polytechnic, in one of the 50 specialities listed for this degree.

By dealing with a wide range of problems, the scientific work carried on in the Polytechnic is an active factor in the promotion of scientific progress in our country. The importance of the part played by our teaching staff in the solution of research projects stemming from economic requirements is reflected in the 600 contract-based projects completed in 1984 alone.

The Polytechnic Bulletin is published yearly in 9 different issues: Electrical Engineering, Electronics, Control Engineering and Computers, Power Engineering, Mechanics, Machine Construction, Transport-Aerospace Engineering, Chemistry, Metallurgy, which are a sequel to the old periodicals: "Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", "Bulletin of the Polytechnic of Bucharest" and "Bulletin of the Gheorghe Gheorghiu-Dej Polytechnic of Bucharest". Among the contributors to the first issue in 1929 are Dan Barbilian, Elie Carafoli, Grigore Moisil, Octav Onicescu, Dimitrie Pompeiu, Gheorghe Țițeica, C. Vasilescu-Karpen.

The materials published in the Bulletin derive, first of all, from the results of the research carried out by the teaching staff of the Polytechnic, in collaboration with specialists from research institutes, from industry or from different scientific institutions. The students research papers are published side by side with those of their professors or of foreign academics. Complete collections of the Bulletin of the Polytechnic Institute of Bucharest exist both in our country and in well known foreign institutions, which testifies to the interest it anrises at home and abroad. It is our hope that this interest will continue to grow in the future.

prof. Voicu Tache, MSc. Ph. D
Rector of the Polytechnic Institute of Bucharest

C.Z.: 519.219

DISPERSIA NUMĂRULUI DE SOLUȚII ALE UNOR ECUAȚII ALEATOARE

TATIANA STĂNĂȘILĂ *

Fie (Ω, K, P) un cîmp complet de probabilitate și o funcție $F: \mathbb{R} \times \Omega \to \mathbb{R}$, $F(x, \omega) = \sum_{k=1}^{p} a_k(\omega) \cdot f_k(x)$ cu a_k variabile aleatoare $\Omega \to \mathbb{R}$ și f_k funcții $(a, b) \to \mathbb{R}$ definite pe un interval $I = (a, b)$ din $\mathbb{R}$. Ecuațiile de tipul $F(x, \omega) = 0$ extind ecuațiile algebrice cu coeficienți aleatori. Dacă variabilele aleatoare $F(x, \omega)$, $\frac{dF}{dx}(x, \omega)$ au densitatea comună de repartiție $g(x; s, t)$, atunci se știe că media numărului de soluții ale ecuației $F(x, \omega) = 0$ situate în intervalul $I = (a, b)$ este

$$M(\nu_I) = \int_a^b dx \int_{-\infty}^{\infty} |t| \, g(x; 0, t) \, dt. \qquad [1]$$

În lucrarea [2] am arătat că dacă toate variabilele aleatoare $a_k(\omega)$ sînt independente și au aceeași lege de repartiție, cu funcția caracteristică φ, atunci

$$M(\nu_I) = \frac{1}{4\pi^2} \int_a^b dx \int_{-\infty}^{\infty} |t| \, dt \int_{\mathbb{R}^2} e^{-i\mu t} \cdot \prod_{k=1}^{p} \varphi(\lambda f_k(x) + \mu f_k'(x)) \, d\lambda \, d\mu .$$

În particular, pentru $p = 2$, $f_1(x) = 1$, $f_2(x) = -x$ rezultă o formulă de calcul al probabilității ca două variabile aleatoare independente și egal distribuite să aibă citul într-un interval prescris.

În această lucrare ne propunem să demonstrăm rezultate similare pentru dispersia numărului de soluții ale ecuației considerate, pe care le vom aplica la cazul repartiției normale a coeficienților a_k. O teoremă clasică a lui Kac arată că numărul soluțiilor reale situate în intervalul $I =$

* Lector dr., catedra Matematici I

$= (a, b)$ ale une funcții f de clasă C^1 (avînd un număr finit de puncte critice în orice interval compact) este

$$\nu_I = \int_a^b \delta_\varepsilon(f(x)) \cdot |f'(x)| \, dx, \quad \text{unde } \delta_\varepsilon(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\varepsilon}, & |t| < \varepsilon \\ 0, & |t| \geqslant \varepsilon \end{cases}$$

și ε este ales suficient de mic. De aici rezultă

$$\nu_I^2 = \int_a^b \int_a^b \delta_\varepsilon(f(x)) \cdot \delta_\varepsilon(f(y)) \cdot |f'(x)| \cdot f'(y)| \, dx \, dy.$$

Punînd

$$\delta_\varepsilon(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4\varepsilon^2} & \text{dacă } (x, y) \in (-\varepsilon, \varepsilon) \times (-\varepsilon, \varepsilon) \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

rezultă că

$$\nu_I^2 = \int_a^b \int_a^b \delta_\varepsilon(f(x), f(y)) \cdot |f'(x)| \cdot |f'(y)| \, dx \, dy.$$

Notînd cu $g(x, y; s, u, t, v)$ densitatea de repartiție comună a vectorului (f_x, f'_x, f_y, f'_y), rezultă că valoarea medie a pătratului lui ν_I se scrie

$$M(\nu_I^2) = \int_\Omega P(d\omega) \int_a^b \int_a^b \delta_\varepsilon(f(x), f(y)) \cdot |f'_x \cdot f'_y| dx \, dy =$$

$$= \int_a^b dx \int_a^b dy \int_{\mathbb{R}^4} \delta_\varepsilon(s, t) \cdot |uv| \cdot g(x, y; s, u, t, v) \, ds \, dt \, du \, dv =$$

$$= \int_a^b dx \int_a^b dy \int_{\mathbb{R}^2} |uv| \, du \, dv \int_{\mathbb{R}^2} \delta_\varepsilon(s, t) \cdot g(x, y; s, u, t, v) \, ds \, dt$$

și cum $\varepsilon > 0$ este arbitrar, suficient de mic, rezultă (pentru $\varepsilon \to 0$) că

$$M(\nu_I^2) = \int_a^b dx \int_a^b dy \int_{\mathbb{R}^2} g(x, y; 0, u, 0, v) \, du \, dv$$

(integralele improprii sînt luate în sensul valorii principale Cauchy). Am demonstrat astfel următorul rezultat:

Lemă. Dispersia numărului ν_I de soluţii ale ecuaţiei $F(x, \omega) = \sum_{k=1}^{p} a_k(\omega) \cdot f_k(x) = 0$, situate în intervalul $I = (a, b)$ din $\mathbb{R}$ este dată de formula

$$D(\nu_I) = \int_a^b dx \int_a^b dy \int_{\mathbb{R}^2} |uv| \cdot [g(x, y; 0, u, 0, v) - g(x; 0, u)\, g(y; 0, v)]\, du\, dv \tag{1}$$

unde $g(x, y; s, u, t, v)$ este densitatea comună a vectorului aleator (F_x, F'_x, F_y, F'_y).

În particular, dacă vectorii aleatori (F_x, F'_x), (F_y, F'_y) nu sînt corelaţi, atunci $D(\nu_I^2) = 0$. Într-adevăr, din ipoteza de necorelare rezultă că $g(x, y; 0, u, 0, v) = g(x; 0, u) \cdot g(y; 0, v)$ şi se aplică lema.

Teorema 1. Presupunem coeficienţii $a_k(\omega)$, $1 \leqslant k \leqslant p$ variabile aleatoare pe cîmpul (Ω, K, P) independente cu aceeaşi lege de repartiţie avînd funcţia caracteristică φ. Atunci dispersia numărului de soluţii ale ecuaţiei $\sum_{k=1}^{p} a_k(\omega) \cdot f_k(x) = 0$ este

$$D(\nu_I) = \frac{1}{16\pi^4} \int_a^b dx \int_a^b dy \int_{\mathbb{R}^2} |uv|\, du\, dv \int_{\mathbb{R}^4} e^{-i(\nu u + \tau v)} \cdot H\, d\lambda\, d\nu\, d\mu\, d\tau, \tag{2}$$

unde $H(x, y, \lambda, \nu, \mu, \tau) = \prod_{k=1}^{p} \varphi(\lambda f_k(x) + \nu f'_k(x) + \mu f_k(y) + \tau f'_k(y)) -$

$$- \prod_{k=1}^{p} \varphi(\lambda f_k(x) + \nu f'_k(x)) \cdot \prod_{k=1}^{p} \varphi(\mu f_k(y) + \tau f'_k(y)).$$

Demonstraţie. Pentru vectorul aleator (F_x, F'_x, F_y, F'_y), unde $F(x, \omega) = \sum_{k=1}^{p} a_k(\omega) \cdot f_k(x)$, funcţia caracteristică este

$$\Phi(\lambda, \nu, \mu, \tau) = M(e^{i(\lambda F_x + \nu F'_x + \mu F_y + \tau F'_y)}) = M(e^{i \sum_{k=1}^{p} a_k(\omega) \cdot \alpha_k(x, y; \lambda, \nu, \mu, \tau)}),$$

unde α_k sînt funcţii lineare de λ, ν, μ, τ, nedepinzînd de ω, anume,

$$\alpha_k(x, y; \lambda, \tau, \mu, \tau) = \lambda f_k(x) + \nu f'_k(x) + \mu f_k(y) + \tau f'_k(y).$$

Deoarece variabilele aleatoare $a_k(\omega)$ sînt independente, rezultă că

$$\Phi(\lambda, \nu, \mu, \tau) = \prod_{k=1}^{p} M(e^{i a_k(\omega) \alpha_k}) = \prod_{k=1}^{p} \int_\Omega e^{i a_k(\omega) \alpha_k}\, Pr(d\omega) = \prod_{k=1}^{p} \varphi(\alpha_k).$$

Pe de altă parte,

$$g(x, y; s, u, t, v) = \frac{1}{16\pi^4} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-i(\lambda s + \nu u + \mu t + \tau v)} \cdot \Phi(\lambda, \nu, \mu, \tau)\, d\lambda\, d\nu\, d\mu\, d\tau,$$

de unde

$$g(x, y; 0, u, 0, v) - g(x; 0, u) \cdot g(y; 0, v) =$$

$$= \frac{1}{16\pi^4} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-i(\nu u + \tau v)} \cdot [\Phi(\lambda, \nu, \mu, \tau) - \Phi_x(\lambda, \nu) \cdot \Phi_y(\mu, \tau)] \, d\lambda \, d\nu \, d\mu \, d\tau =$$

$$= \frac{1}{16\pi^4} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-i(\nu u + \tau v)} \cdot H(x, y; \lambda, \nu, \mu, \tau) \, d\lambda \, d\nu \, d\mu \, d\tau$$

și se aplică lema.

Ecuației $\sum_{k=1}^{p} a_k(\omega) \cdot f_k(x) = 0$ i se poate asocia cîmpul vectorial în intervalul I, $v(t) = (f_1(t), \ldots, f_p(t))$, $t \in I$. Presupunem că funcțiile f_i nu se anulează simultan în nici un punct, ipoteză realizată în cazul $f_k(x) = x^{k-1}$, al ecuațiilor algebrice aleatoare.

Introducem notațiile următoare

$$v_{11} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} f_k(x)^2, \qquad v_{12} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} f_k(x) \cdot f_k'(x),$$

$$v_{22} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} f_k'(x)^2 \qquad v_{13} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} f_k(x) \cdot f_k(y),$$

$$v_{14} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} f_k(x) \cdot f_k'(y), \qquad v_{23} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} f_k'(x) \cdot f_k(y),$$

$$v_{24} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} f_k'(x) \cdot f_k'(y), \qquad v_{33} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} f_k(y)^2$$

$$v_{34} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} f_k(y) \cdot f_k'(y), \qquad v_{44} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} f_k'(y)^2$$

și considerăm matricea simetrică $V = [v_{ij}]_{1 \leq i, j \leq 4}$.

Evident $V = -\frac{1}{2} M \cdot M'$, unde

$$M = \begin{bmatrix} f_1(x) & \ldots & f_p(x) \\ f_1'(x) & \ldots & f_p'(x) \\ f_1(y) & \ldots & f_p(y) \\ f_1'(y) & \ldots & f_p'(y) \end{bmatrix}.$$

În lucrarea [2] am stabilit pentru medie formula $M(\nu_I) = \frac{1}{\pi} \int_a^b \left| \frac{d}{dt} (\rho(t)) \right| dt$ unde $\rho(t) = \frac{v(t)}{\|v(t)\|}$ („versorul" vectorului $v(t)$). Teorema care urmează dă formula de calcul al dispersiei.

Teorema 2. În ipoteza că $a_k(\omega)$, $1 \leqslant k \leqslant p$ sînt independente. normal distribuite (cu media 0 și dispersia 1) și că $V_{22} \cdot V_{44} \cdot \det V \neq 0$, are loc formula

$$D(\nu_I) = \frac{1}{\pi^2} \int_a^b \int_a^b \left[\frac{(\det V)^{3/2}}{V_{22} \cdot V_{44}} - \|\rho'(x)\| \cdot \|\rho'(y)\| \right] dx\, dy. \tag{3}$$

Demonstrație. Vom aplica formula (2) din teorema 1, deci

$$D(\nu_I) = \frac{1}{16\pi^4} \int_a^b dx \int_a^b dy \int_{\mathbb{R}^4} |uv| \cdot J\, du\, dv, \tag{4}$$

unde $J = J_1 - J_2$,

$$J_1 = \int_{\mathbb{R}^4} e^{-i(\nu u + \tau v) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} [\lambda f_k(x) + \nu f_k'(x) + \mu f_k(y) + \tau f_k'(y)]^2} d\lambda\, d\nu\, d\mu\, d\tau,$$

$$J_2 = \int_{\mathbb{R}^4} e^{-i(\nu u + \tau v)} \cdot e^{-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} [\lambda f_k(x) + \nu f_k'(x)]^2 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} [\mu f_k(y) + \tau f_k'(y)]^2} d\lambda\, d\nu\, d\mu\, d\tau.$$

Contribuția lui J_2 în calculul lui $D(\nu_I)$ este egală cu $-[M(\nu_I)]^2 = -\frac{1}{\pi^2} \int_a^b \int_a^b \|\rho'(x)\| \cdot \|\rho'(y)\|\, dx\, dy$.

Calculăm acum J_1; integrala parțială în raport cu λ este

$$e^{v_{22}\nu^2 + v_{33}\mu^2 + v_{44}\tau^2 + 2v_{23}\nu\mu + 2v_{24}\nu\tau + 2v_{34}\mu\tau - iu\nu - iu\tau} \times \int_{-\infty}^{\infty} e^{v_{11}\lambda^2 + 2v_{12}\lambda\nu + 2v_{13}\lambda\mu + 2v_{14}\lambda\tau} d\lambda =$$

$$= \sqrt{-\frac{\pi}{v_{11}}}\, e^{v_{22}\nu^2 + v_{33}\mu^2 + v_{44}\tau^2 + 2v_{23}\nu\mu + 2v_{24}\nu\tau + 2v_{34}\mu\tau - iu\nu - iv\tau - \frac{(v_{12}\nu + v_{13}\mu + v_{14}\tau)^2}{v_{11}}} =$$

$$= \sqrt{-\frac{\pi}{v_{11}}}\, e^{\Delta_{12}\nu^2 + \Delta_{13}\mu^2 + \Delta_{14}\tau^2 + 2A_{23}\nu\mu + 2A_{24}\nu\tau + 2A_{34}\mu\tau - iu\nu - iv\tau}$$

unde am notat

$$\Delta_{12} = \frac{v_{22}v_{11} - v_{12}^2}{v_{11}}, \quad \Delta_{13} = \frac{v_{11}v_{33} - v_{13}^2}{v_{11}}, \quad \Delta_{14} = \frac{v_{11}v_{44} - v_{14}^2}{v_{11}},$$

$$A_{22} = \frac{v_{23}v_{11} - v_{12}v_{13}}{v_{11}}, \quad A_{24} = \frac{v_{24}v_{11} - v_{12}v_{14}}{v_{11}}, \quad A_{34} = \frac{v_{34}v_{11} - v_{13}v_{14}}{v_{11}}$$

Integrăm apoi în raport cu μ și obținem

$$\frac{\pi}{\sqrt{v_{11}\Delta_{12}}} e^{\frac{V_{33}}{v_{11}\Delta_{12}}\tau^2 - iv\tau + \frac{A_{24}iu\tau}{\Delta_{12}} + \frac{u^2}{4\Delta_{12}}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{V_{44}}{v_{11}\Delta_{12}}\mu^2 + 2\frac{V_{34}}{v_{11}\Delta_{12}}\mu\tau + \frac{A_{23}iu\mu}{\Delta_{12}}} d\mu =$$

$$= \pi \sqrt{-\frac{\pi}{V_{44}}}\, e^{\frac{V_{33}V_{44}-V_{34}^2}{v_{11}\Delta_{12}V_{44}}\tau^2 - iv\tau - iu\frac{V_{24}}{V_{44}} + u^2\frac{V_{11}\Delta_{13}}{4V_{44}}},$$

deoarece $\frac{A_{24}V_{44} - A_{23}V_{34}}{\Delta_{12}V_{44}} = -\frac{V_{24}}{V_{44}}$ și $\frac{V_{44} + A_{23}^2 v_{11}}{4\Delta_{12}V_{44}} = \frac{v_{11}\Delta_{13}}{4V_{44}}$

Integrînd în fine în raport cu τ se va obține

$$J_1 = \pi^2 \sqrt{\frac{v_{11}v_{22} - v_{12}^2}{V_{33}V_{44} - V_{34}^2}} \cdot e^{\frac{V_{11}V_{22} - V_{12}^2}{4(V_{33}V_{44} - V_{34}^2)} \cdot (V_{22}u^2 + 2V_{24}uv + V_{44}v^2)} =$$

$$= \pi^2 \cdot k \cdot e^{\frac{k^2}{4}(V_{22}u^2 + 2V_{24}uv + V_{44}v^2)},$$

unde $k = \sqrt{\frac{v_{11}v_{22} - v_{12}^2}{V_{33}V_{44} - V_{34}^2}}$.

Atunci contribuția lui J_1 la calculul lui $D(\nu_I)$ în formula (4) este

$$\frac{1}{16\pi^4} \int_a^b dx \int_a^b dy \int_{\mathbb{R}^2} |uv| \cdot \pi^2 \cdot k \cdot e^{\frac{k^2}{4}(V_{22}u^2 + 2V_{24}uv + V_{44}v^2)} du\, dv$$

și cum $\int_{\mathbb{R}^2} |uv|\, e^{\alpha u^2 + \beta uv + \gamma v^2} du\, dv = \frac{1}{\alpha\gamma}$ (α și γ constante reale strict negative, β real oarecare), cantitatea precedentă va fi egală cu

$$\frac{1}{\pi} \int_a^b \int_a^b \frac{dx\, dy}{k^3 V_{22} V_{44}},$$

iar $k = (\det V)^{-\frac{1}{2}}$, după calcule elementare.

Observații. 1) Pentru ecuații algebrice de gradul I, $a_1(\omega)\, x + a_2(\omega) = 0$ probabilitatea să existe exact o soluție situată în intervalul $I = (a, b)$ este $p = M(\nu_I)$, deoarece variabila aleatoare ν_I ia aproape sigur doar valorile 0 sau 1 și ca atare $M(\nu_I) = 0 \cdot P\{\nu_I = 0\} + 1 \cdot P\{\nu_I = 1\}$; în acest caz, $D(\nu_I) = p(1 - p)$. Pentru ecuații de gradul II, $a_1(\omega)x^2 + a_2(\omega)x + a_3(\omega) = 0$, formula (3) nu se poate aplica direct deoarece $\det V = 0$. În cazul ecuațiilor algebrice de gradul 3, avem

$$V = -\frac{1}{2} M \cdot M^t \text{ unde } M = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 0 & 1 & 2x & 3x^2 \\ 1 & y & y^2 & y^3 \\ 0 & 1 & 2y & 3y^2 \end{bmatrix}$$

deci $\det V = \frac{1}{16}(\det M)^2 = \frac{1}{16}(y-x)^2$, $V_{22} \neq 0$, $V_{44} \neq 0$ și se poate aplica formula (3).

2. Presupunem că $a_k(\omega)$ sînt variabile aleatoare independente cu media M_k și dispersia D_k, $0 \leqslant k \leqslant p$ și fie polinomul aleator $S(x, \omega) = a_0(\omega)x^p + a_1(\omega)x^{p-1} + \ldots + a_p(\omega)$, $x \in \mathbb{R}$. Pentru orice $x \in \mathbb{R}$ fixat, acesta este o variabilă aleatoare cu media $M_0x^p + M_1x^{p-1} + \ldots + M_p$ și dispersia $D_0x^{2p} + D_1x^{2p-2} + \ldots + D_p$. Fie $\sigma^2 = \max\limits_{1 \leqslant k \leqslant p} D_k$ deci, conform inegalității lui Cebîșev, pentru orice $\varepsilon > 0$ și oricare ar fi k,

$$P\{|a_k(\omega) - M_k| \leqslant \varepsilon\} \geqslant 1 - \frac{D_k}{\varepsilon^2} \geqslant 1 - \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}.$$

Considerăm „polinomul mediu" $\overline{S}(x) = M_0x^p + M_1x^{p-1} + \ldots + M_p$ asociat lui $S(x, \omega)$. Dacă σ tinde către zero, atunci pentru orice k, $a_k - M_k$ tinde către 0 a.p. și soluțiile (aleatoare) ale ecuației $S(x, \omega) = 0$ tind către rădăcinile polinomului $\overline{S}$. Așadar, dacă σ este „mic" studiul rădăcinilor lui S este redus la cel al rădăcinilor polinomului deterministic $\overline{S}$; însă ipoteza σ „mic" este restrictivă, ceea ce justifică nevoia studiului soluțiilor ecuațiilor aleatoare fără a recurge la medie.

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Kac*, Bull. Amer. Math. Soc. 49, 1943, 314–320.
2. *T. Stănășilă*, Buletinul IPB, tom 38, nr. 2, 1976, 11–14.

The Dispersion of the Number of Solutions of Some Random Equations

For some classes of random equations, the number of solutions is a random variable; it naturally appears the problem of the average value and dispersion of it. In the work an explicit expression of the dispersion is given (theorem 1), concretized in the case of normal distributed coefficients.

C.Z.: 517.955
519.622

POZITIV COMPLETITUDINEA SISTEMELOR HAMILTONIENE UNIDIMENSIONALE

C. UDRIȘTE, C. RADU, ANCA ZLĂTESCU

În lucrare se tratează problema completitudinii sistemelor hamiltoniene. Sînt enunțate criterii suficiente de completitudine pentru asemenea sisteme și se dă o soluție a problemei Cauchy pentru ecuații funcționale bazate pe teoria sistemelor hamiltoniene.

A. Weinstein și I. Marsden [4] au cercetat completitudinea sistemelor hamiltoniene pentru potențiale care nu sînt în mod necesar mărginite inferior, dînd o teoremă de comparație care reduce cazul general la cel unidimensional.

Noi analizăm mai în detaliu cazul unidimensional și dăm o generalizare în teoria funcționalelor.

Orice sistem descris de o ecuație diferențială

$$x'' = f(x), \qquad x \in \mathbb{R}, \tag{1}$$

se numește *sistem cu un grad de libertate*. Acesta este implicit un sistem hamiltonian (potențial). Într-adevăr, energia cinetică a sistemului este forma pătratică

$$T = \frac{1}{2} x'^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2, \tag{2}$$

iar energia potențială a sistemului este funcția

$$V_0(x) = -\int_{x_0}^{x} f(\tau)\, d\tau \tag{3}$$

Funcția $H : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definită prin $H = T + V_0$ se numește *energia totală* a sistemului.

Teoremă. Energia totală a punctului mobil în mișcarea descrisă de ecuația (1) rămîne constantă în timp.

Ecuația de mișcare (1) este echivalentă cu sistemul diferențial

$$\frac{dx}{dt} = y(t), \quad \frac{dy}{dt} = f(x) \tag{4}$$

* Conf. dr.; Lector dr; Asist., catedra Matematici.

Planul de coordonate x şi y se numeşte *planul fazelor* ecuaţiei (1), iar $(y(t), f(x(t)))$ defineşte un cîmp vectorial în acest plan, numit *cîmpul vectorial al vitezelor*.

O soluţie a sistemului (4) este o mişcare $\alpha : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ a stării sistemului în planul fazelor pentru care viteza de mişcare a stării coincide în fiecare moment cu vectorul viteză în punctul în care se află starea la momentul considerat, iar o soluţie a ecuaţiei (1) este o funcţie scalară $x = c(t)$, $c : I \subset R \to R$ de clasă C^2.

Imaginea aplicaţiei α sau graficul funcţiei c se numeşte *traiectorie*.

Proprietate. Legea conservării energiei permite determinarea traiectoriilor.

Într-adevăr pe fiecare traiectorie, valoarea energiei totale este constantă, ceea ce implică faptul că fiecare traiectorie este conţinută în întregime într-o singură mulţime de nivel constant a energiei: $H(x, y) = h =$ $=$ constant.

Proprietate. Dacă energia totală a sistemului la momentul iniţial este $H = \frac{1}{2} x'^2 + V_0(x)$, atunci traiectoria mişcării este conţinută în domeniul în care $V_0(t) \leqslant H$.

Fie sistemul hamiltonian unidimensional cu potenţialul $V_0 : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $V_0 \in C^1$ cu $\frac{dV_0}{dx} \leqslant 0$ şi $x = c(t)$ o traiectorie a sistemului.

Proprietate. Funcţia scalară c verifică ecuaţia diferenţială

$$c''(t) = -\frac{dV_0(c(t))}{dx} \tag{5}$$

Demonstraţie. Din expresia (2) a energiei cinetice a sistemului pentru $x = c(t)$ obţinem succesiv $T = \frac{1}{2} c'^2(t)$ sau $c'(t) = \sqrt{2T}$. Ţinînd cont de expresia energiei totale a sistemului : $H = T + V_0$ avem

$$c'(t) = -\sqrt{2(H - V_0(c(t))} \tag{6}$$

sau

$$c'^2(t) = 2[H - V_0(c(t))].$$

Mai departe, avînd în vedere că $H =$ constantă, din (6) prin derivare obţinem

$$2c'(t)c''(t) = -2\frac{dV_0(x)}{dx}\frac{dc(t)}{dt}$$

sau

$$c''(t) = -\frac{dV_0(c(t))}{dx},$$

adică ecuaţia (5).

Observaţie. Deoarece $c''(t) \geqslant 0$, funcţia c este convexă. Mai mult, formula Lagrange $c'(t) - c'(0) = tc''(t_0)$, $t \geqslant 0$, $t_0 \in [0, t]$, împreună cu ipoteza $c'(0) \geqslant 0$ implică $c'(t) \geqslant 0$, $\forall\, t \geqslant 0$.

Proprietate. Dependența lui t de x este descrisă de

$$t = \int_{x_1}^{x} \frac{ds}{\sqrt{2[H - V_0(s),]}}, \text{ unde } x_1 = c(t_0).$$

Definiție. Potențialul V_0 se numește *pozitiv complet*, dacă

$$\lim_{x\to\infty} \int_{x_1}^{x} \frac{ds}{\sqrt{2[H - V_0(s)]}} = \infty, \tag{7}$$

pentru orice $x_1 \geqslant 0$ și H astfel încît $V_0(x_1) < H$. Se observă că

$$\int_{x_1}^{x} \frac{ds}{\sqrt{2[H - V_0(s)]}}$$

reprezintă timpul în care $c(t)$ se mișcă de la x_1 la x. De aceea V_0 este pozitiv complet dacă și numai dacă toate traiectoriile $x = c(t)$ cu $c(0) \geqslant 0$, $c'(0) \geqslant 0$ sînt definite pe $[0, \infty)$].

Adăugăm la definiția precedentă unele comentarii :

1) Să scriem o condiție suficientă pentru ca (7) să aibă loc. Pentru aceasta folosim criteriul următor : dacă f este o funcție reală strict pozitivă definită pe $[a, \infty)$, $a > 0$ și dacă $\lim_{s\to\infty} s^{\alpha} f(s) = A$ (finit) cu $\alpha \leqslant 1$, $A \neq 0$,

atunci $\int_{a}^{\infty} f(s)\, ds = \infty$.

În ipoteza $x_1 > 0$ avem $f(s) = \dfrac{1}{\sqrt{2(H - V_0(s))}}$, $s \in [x_1^0, \infty)$,

Condițiile din criteriu implică existența unei constante $M > 0$ astfel încît $f(s) > \dfrac{M'}{s^{\alpha}}$, $\alpha \leqslant 1$. Deci

$$\frac{1}{\sqrt{2(H - V_0(s))}} > \frac{M'}{s^{\alpha}} \Rightarrow \frac{1}{2(H - V_0(s))} > \frac{M'^2}{s^{2\alpha}} \Rightarrow V_0(s) > H - \frac{s^{2\alpha}}{2M'^2}$$

Observație. Dacă dorim ca potențialul să nu fie mărginit inferior trebuie să impunem $0 < \alpha \leqslant 1$.

2) Se observă că $\Psi(x) = \int_{x_1}^{x} \dfrac{ds}{\sqrt{2(H - V_0(s))}}$, $\Psi : [x_1, \infty) \to [0, \infty)$

este crescătoare. De aceea ipoteza din definiție este echivalentă cu $\Psi =$ = surjectivă.

3) Pe traiectoria c pot exista și puncte singulare, adică puncte caracterizate prin $c'(t) = 0$. Aceasta corespunzînd soluțiilor ecuației $V_0(s) = H$.

Dacă $V_0(x_1) \leqslant H$, atunci integrala care dă pe t devine improprie din cauza integrantului. În acest caz (7) trebuie înlocuit cu

$$\lim_{\substack{x\to\infty \\ \varepsilon\to 0}} \int_{x_1+\varepsilon}^{x} \frac{\mathrm{d}s}{\sqrt{2(H - V_0(s))}} = \infty,$$

unde x_1 este cea mai mare rădăcină a ecuaţiei $V_0(s) = H$.

Nemărginirea inferioară a potenţialului impune ca $\lim_{\varepsilon\to 0} \int_{x_1+\varepsilon}^{x}$ să existe şi să fie finită. O condiţie suficientă pentru aceasta o putem obţine din următorul criteriu de convergenţă : dacă f este o funcţie reală pozitivă definită pe $(a, b]$, cu $\lim_{s\searrow a} f(s) = \infty$ şi, dacă $\lim_{s\searrow a} (s - a)^{\alpha} f(s) = B$ (finit) cu $\alpha < 1$, atunci $\int_a^b f(s)\,\mathrm{d}s$ = convergentă.

Condiţiile din criteriu implică existenţa constantei $M > 0$ astfel încît $f(s) \leqslant \dfrac{M}{(s - x_1)^{\alpha}}$, $s \in (x_1, x]$, $\alpha < 1$.

Deci

$$\frac{1}{\sqrt{2(H - V_0(s))}} \leqslant \frac{M}{(s - x_1)^{\alpha}}$$

sau

$$\frac{(s - x_1)^{2\alpha}}{2M^2} \leqslant H - V_0(s) \text{ sau } V_0(s) \leqslant H - \frac{(s - x_1)^{2\alpha}}{2M^2}.$$

De obicei, pentru un sistem hamiltonian unidimensional cu potenţialul $V_0 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, se cercetează completitudinea în sensul că toate traiectoriile $x = c(t)$ să fie definite pe toată axa reală.

4) Presupunem că $V_0 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este de clasă C^{∞}, iar c este o funcţie analitică, adică

$$c(t) = c(t_0) + \frac{c'(t_0)}{1!}(t - t_0) + \ldots + \frac{c^{(n)}(t_0)}{n!}(t - t_0)^n + \ldots \qquad (8)$$

Evident $c^{(n)}(t_0)$ se exprimă cu ajutorul derivatelor potenţialului V_0. Completitudinea unui asemenea sistem este echivalentă cu faptul că seria (8) are raza infinită.

Generalizare. Ecuaţiile funcţionale $c''(t) = -\dfrac{\mathrm{d}V_0\,c(t)}{\mathrm{d}x}$ cu $x = c(t)$ $V_0(c(t)) = -\dfrac{1}{2}\,c'^2(t)$ se pot generaliza în felul următor :

Fie funcţionalele $A, B : C^2(I) \to \mathbb{R}$ definite prin

$$A(c(t)) = \frac{1}{2} c'^2(t), \quad B(c(t)) = c'(t).$$

Proprietate. Între diferenţialele Gateaux ale celor două funcţionale există relaţia

$$\frac{\mathrm{d}A(c(t))}{\mathrm{d}c(t)} = c'(t) \frac{\mathrm{d}B(c(t))}{\mathrm{d}c(t)}$$

Demonstraţie. Avem (diferenţiale Gateaux):

$$\frac{\mathrm{d}A(c(t))}{\mathrm{d}c(t)} = \frac{\partial}{\partial u} A(c + u\delta c)\Big|_{u=0} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial u} [c'(t) + u(\delta c)'(t)]^2\Big|_{u=0} = c'\delta c'$$

şi

$$\frac{\mathrm{d}B(c(t))}{\mathrm{d}c(t)} = \frac{\delta}{\delta u} B(c + u\delta c)\Big|_{u=0} = \delta c',$$

de unde rezultă egalitatea din enunţ.

Proprietate. Problema Cauchy (9) $\dfrac{\mathrm{d}A(c(t))}{\mathrm{d}c(t)} = -c''(t)$, $c(t_0) = c_0, c'(t_0) = c_0'$ are soluţie, iar soluţia nu este unică.

Demonstraţie

$$-c''(t) = c'(t) \frac{\mathrm{d}B(c(t))}{\mathrm{d}c(t)} \Leftrightarrow \frac{c''(t)}{c'(t)} = -\frac{\mathrm{d}B(c(t))}{\mathrm{d}c(t)}$$

Prin integrare rezultă:

$$\int \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \ln |c'(t)| \, \mathrm{d}t = -\int \delta c' \mathrm{d}t = -\int \delta \mathrm{d}c = -\delta c + C$$

adică

$$\ln |c'(t)| = -\delta c + C = -c(t) + c_1(t) + C = -c(t) + c_2(t)$$

sau

$$|c'(t)| = e^{-c(t)} \cdot e^{c_2(t)}.$$

Relaţia $c'(t)e^{c(t)} = e^{c_2(t)}$ este echivalentă cu

$$e^{c(t)} = \int e^{c_2(t)} \, \mathrm{d}t + C_1$$

Relaţia $c'(t)\, e^{c(t)} = -e^{c_2(t)}$ este echivalentă cu

$$e^{c(t)} = -\int e^{c_2(t)} \, \mathrm{d}t + C_1$$

Dacă notăm sign $c(t) = \varepsilon(c)$, atunci cele două soluţii se scriu :

$$e^{c(t)} = \varepsilon(c) \int e^{c_2(t)}\, dt + C_1$$

sau

$$c(t) = \ln \left\{ C_1 + \left[\varepsilon(c) \int e^{c_2(t)}\, dt \right] \right\}$$

Rezolvarea problemei Cauchy

$$\begin{cases} c(t_0) = \ln \{C_1 + [\varepsilon(c) U_2(t_0)]\} = c_0 \\ c'(t_0) = c_0' = \dfrac{c_1 e^{c_2(t_0)}}{c(t_0)} = c_1 \dfrac{e^{U_2(t_0)}}{C_0} \end{cases} \tag{10}$$

unde $U_2(t) = \int e^{c_2(t)}\, dt$.

Ecuaţia (9) are soluţie dacă funcţiile $C_2(t)$ şi $U_2(t)$ verifică condiţiile (10). În general putem găsi asemenea funcţii, dar ele nu sînt unice fiindcă *diferă prin funcţii ce se anulează* în t_0.

BIBLIOGRAFIE

1. *V. I. Arnold*, Metodele matematice ale mecanicii clasice, Editura ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1980.
2. *C. Iacob*, Mecanică teoretică, E.D.P., Bucureşti, 1980.
3. *C. Udrişte, C. Radu, A. Zlătescu*, Completitudinea cîmpurilor vectoriale hamiltoniene, Colocviul Naţional de Geometrie şi Topologie, Piatra Neamţ, România, 16–19 iunie 1983.
4. *A. Weinstein, J. Marsden*, Proc. Amer. Math. Soc. 26 (1970), 629–631.

The Positive Completness of the Hamiltonian Onedimensional Systems

The paper deals with the problem of the completness of Hamiltonian systems. There are postulated sufficient criteria of completness for such systems and a solution of the Cauchy problem for functional equations based on the theory of the Hamiltonian systems is given.

C.Z. : 515.14 :611.81

MODEL TOPOLOGICO-ALGEBRIC AL CONEXIUNILOR ÎNTRE ETAJELE SNC: FIBRAREA SIMPLICIALĂ CU RIDICAREA OMOTOPIEI

M. D. NICU, G. BURSTEIN *

În [6] s-a descris cu ajutorul complexelor simpliciale, legătura între reprezentarea modelelor interne în SNC și modificarea topologiei conexiunilor neuronale. Folosind un cadru matematic mai general, mulțimile simpliciale, se va prezenta un model al legăturilor ierarhice între subsistemele SNC cu accent pe inducerea modelelor interne de către un etaj integrator într-unul superior, prelucrător-asociativ.
Exemplele tratate sînt circuitul cortex-talamus-cortex și un model pe trei nivele al controlului comportamental.

1. Topologie algebrică în sistemul nervos central

Utilizarea modelelor bazate pe topologia algebrică este legată de semnificația schimbării continue a conexiunilor rețelelor neuronale, a „topologiei" ansamblelor neuronale la fiecare distribuire a intrărilor senzoriale pe acestea. Ipoteze și experimente de fiziologie nervoasă confirmîndu-le [10], [8] fac dovada reprezentării în SNC a obiectelor și stărilor externe prin alcătuirea unor grupe de neuroni, condiționați reciproc, corespunzătoare lor. În felul acesta relațiile dintre stimuli pot deveni relații între „urmele" lor neuronale. G. Sommerhoff (10) explică alinierea potențialelor sinaptice a neuronilor dintr-o asemenea grupare neuronală-model intern prin existența unui feedback asociativ pozitiv. Fiecare neuron din grup are colaterale recurente ce stimulează și pe ceilalți. Astfel prin învățare sau simplă condiționare în raport cu stimulii externi, excitarea fie și parțială a grupului de neuroni duce la descărcarea în bloc a întregului ansamblu. În [6] am construit un model al reprezentărilor pe rețelele neuronale corticale folosind drept element de bază: simplexul de neuroni ca formalizare topologico-algebrică a modelelor interne neuronale.

Un asemenea model presupune considerarea atît a rețelelor de neuroni în sens clasic, cu neuronii legați prin sinapse, cît și a rețelelor de neuroni legați funcțional sau operațional. De exemplu, o rețea neuronală funcțională e o rețea în care neuronii se leagă funcțional (se „învecinează

* Conf. dr., colectivul de Biotehnologie ; Ing., INCERTRANS

funcțional") dacă sînt participanți la realizarea unei aceleași funcții nervoase. Într-un complex simplicial neuronal [6] doi neuroni legați în același simplex pot să fie foarte depărtați anatomic unul de celălalt și chiar să nu aibă sinapsă comună sau vreo altă legătură prin lanțuri de neuroni.

În această lucrare ne vom ocupa de modul în care se transmit sau se induc modelele interne (simplexele de neuroni) între etajele, sau doar subsistemele SNC. Pentru aceasta presupunem în primă instanță un model cu complexe simpliciale de neuroni pentru etaje ca în [6]. Modelele interne și asocierile funcționale sau operaționale de neuroni vor fi reprezentate corespunzător de simplexe în aceste complexe. Pentru a construi un model al legăturilor ierarhice, de la etaje integratoare la etajele superioare (cortex) prelucrătoare-asociative vom trece la un cadru topologico-algebric mai general care cuprinde ca un caz particular complexele simpliciale și anume : MULȚIMILE SIMPLICIALE [4].

2. Circuitul cortex- talamus-cortex

Talamusul transmite informațiile senzoriale cortexului, sincronizează sau desincronizează activitatea corticală și prelucrează, integrează și/ sau depozitează diverse tipuri de informații. Nucleii de releu senzorial și nesenzorial, avînd activitatea controlată de cortex, sînt cei prin intermediul cărora se prelucrează și integrează informațiile ce sosesc în talamus. Un rol important revine aici și conexiunilor intra talamice [1] cît și nucleilor cu funcție de elaborare și releu al activități integrative dirijat spre cortex. Astfel cortexul devine dependent de informația senzorială modificată și integrală la nivelul talamusului. Porțiunea cortex-talamus a circuitului prin care se asigură controlul tonusului de fond al activității talamusului (control inhibitor cortical), se arată a fi în multe cazuri mai puțin esențială ca porțiunea talamus-cortex. Așa cum se arată în [1] sensibilitatea protopatică (contact, aprecierea durerii, a unor senzații de temperatură, aprecierea de plăcut-neplăcut, a stării generale a organismului) al cărui substrat neurologic e talamusul poate fi apreciată și după ablatia scoarței senzoriale bilaterale ce controlează această funcție a talamusului (oricum reacțiile imediate de talamus, în elaborarea activității motorii, sînt difuze, brutale, excesive dacă nu intervine acțiunea moderatoare a cortexului").

Încercăm în continuare să adaptăm intențiilor noastre un model pentru bazele analizei matematice a lui Jon M. Beck. La fel ca în [6] dată fiind semnificația conexiunilor intratalamice, putem considera un model cu complexe, Kan pentru nucleii talamici sau porțiuni ale acestora, în care simplexele de neuroni sînt modelele interne talamice rezultate în urma integrării. Luînd un asemenea complex Kan talamic drept bază vom modela proiecțiile nucleilor talamici pe cortex printr-o fibrare Kan (avînd deci proprietatea de ridicare a omotopiei) unde deasupra fiecărui neuron sau grupe de neuroni considerat(ă) ca vîrf al complexului Kan talamic de bază se așează fibra (un alt complex Kan) formată din simplexele de neuroni legați funcțional din zona corticală corespunzătoare proiecției nucleului talamic (sau porțiunii acestuia) considerat. De exemplu fibra deasupra neuronilor sau grupurilor de neuroni vîrfuri în complexul Kan al nucleului anterior al talamusului (funcție de releu specific nesenzorial) e dată de

un complex Kan funcţional alcătuit din neuroni ai cortexului limbic (proiecţia corticală a nucleului); iar fibrarea avînd bază complexul Kan al nucleului lateral posterior (cu funcţie de elaborare şi releu al activităţii integrative) este un complex Kan funcţional alcătuit din reţelele neuronale ale cortexului parietal asociativ.

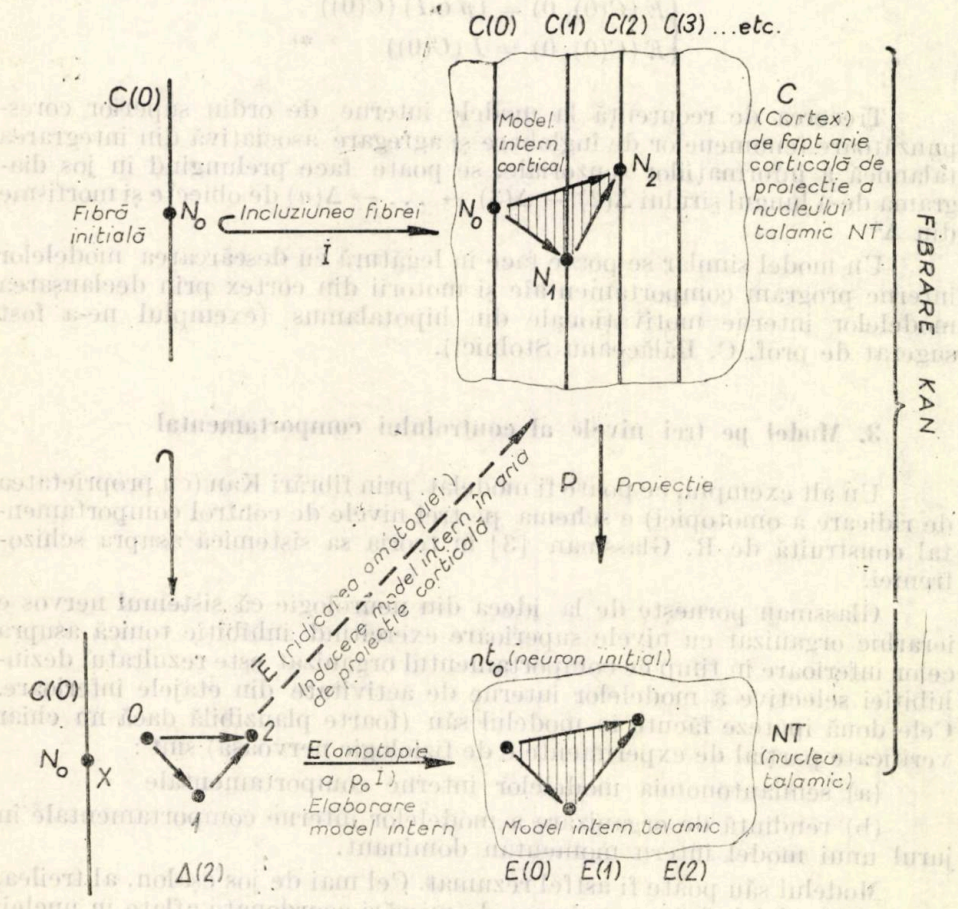


Fig. 1

Dependenţa de context este esenţială în procesele nervoase [8]. Prin intermediul ei vom cuprinde în modelul simplicial şi componenta cortex-talamus a circuitului analizat prin care, datorită dependenţei de contextul prezent al proceselor corticale din ariile de proiecţie, se fixează fibra iniţială în procesul de elaborare şi transmitere (inducere) a modelelor interne primare (simplexe) talamice în aria corticală corespunzătoare nucleelor talamice-bază. Ideea e de a considera transmiterea şi/ sau inducerea modelelor interne prin ridicarea omotopiei. Modul omotopic de reprezentare apare aici în legătură cu dependenţa de contextul actual cortical dar şi în legătură cu fenomenele neuronale de facilitare în urma descărcării unui traseu neuronal [9].

Sumînd tot ce am spus mai sus putem rescrie modelul, din contextul bazelor analizei matematice, a lui Jon M. Beck, în contextul circuitului cortex-talamus-cortex. Obținem diagrama comutativă :
unde $n = 2$ e o valoare particulară iar

$$\begin{cases} E(C(0), 0) = (p \circ I)(C(0)) \\ E(C(0), 0) = I(C(0)) \end{cases} \quad *)$$

Trecerea de recurență la modele interne de ordin superior corespunzătoare fenomenelor de înglobare și agregare asociativă din integrarea talamică a informațiilor senzoriale, se poate face prelungind în jos diagrama de-a lungul șirului $\Delta(2) \to \Delta(3) \to \ldots \to \Delta(n)$ de obiecte și morfisme din Δ^*.

Un model similar se poate face în legătură cu descărcarea modelelor interne program comportamentale și motorii din cortex prin declanșarea modelelor interne motivaționale din hipotalamus (exemplul ne-a fost sugerat de prof. C. Bălăceanu Stolnici).

3. Model pe trei nivele al controlului comportamental

Un alt exemplu, ce poate fi modelat prin fibrări Kan (cu proprietatea de ridicare a omotopiei) e schema pe trei nivele de control comportamental construită de R. Glassman [3] în teoria sa sistemică asupra schizofreniei.

Glassman pornește de la ideea din neurologie că sistemul nervos e ierarhic organizat cu nivele superioare exercitînd inhibiție tonică asupra celor inferioare în timp ce comportamentul organizat este rezultatul dezinhibiției selective a modelelor interne de activitate din etajele inferioare. Cele două ipoteze făcute în modelul său (foarte plauzibilă dacă nu chiar verificate parțial de experimentele de fiziologie nervoasă) sînt :

(a) semiautonomia modelelor interne comportamentale

(b) tendință de organizare a modelelor interne comportamentale în jurul unui model intern momentan dominant.

Modelul său poate fi astfel rezumat. Cel mai de jos eșalon, al treilea, cuprinde modelele interne primare de mișcări coordonate aflate în nucleii sistemului extrapiramidal sub diencefal. Al doilea etaj, aflat în ganglionii bazali, exercită inhibiție și produce secvențe coordonate de mișcări prin dezinhibiție selectivă. Primul eșalon e cuprins în cortexul frontal. El integrează modelele interne din al doilea eșalon în contextul vieții organismului folosind conexiunile cu sistemul limbic și posibilitățile de memorare pentru a efectua evaluări ale activităților în curs de desfășurare sau planificate.

Un asemenea model foarte interesant poate și el beneficia de abordarea propusă de noi cu fibrări Kan. Fără a face o diagramă detaliată, am încercat ca prin modul de prezentare a modelului să facem deja transparent

---

* Suportul anatomic al legăturilor semnificate de p sînt (coincidență de nume) fibrele talamo-corticale.

și modelul similar celui din paragraful precedent ce poate fi obținut, să reprezentăm totuși cele două fibrări Kan :

COMPLEX KAN — CORTEX FRONTAL
↓ P I—II
COMPLEX KAN — GANGLIONI BAZALI
↓ P II—III
COMPLEX KAN NUCLEI EXTRA PIRAMIDALI

4. Fibrări induse și pullback în SNC

Acest paragraf a apărut pentru că datorăm o explicație referitor la absența noțiunii feedback din cadrul acestei lucrări de neurocibernetică, un pic mai ciudată.

Datorită modelelor topologice globale, a utilizării lor în contexte comportamentale (ca în § 3) semnificația pentru noi a feedbackului poate fi acoperită prin două elemente mult mai naturale și proprii :

— dependența de contextul prezent care la momentul inducerii modelului intern, datorită întîrzierilor din fibrele nervoase, e deja context trecut — și iată cum feedbackul devine transparent într-un mod special.

— pullback (pentru raportul dintre pullback și feedback vezi (5)).

De exemplu dacă funcționarea circuitului talamus-cortex e influențată de hipotalamus, care prin rolul său în motivație și homeostazie poate interveni via nucleii mamilari ce au proiecții în nucleii talamici anteriori în procesul de evaluare a stării generale a organismului :

PULBACK - - - - - → CORTEX LIMBIC (complex Kan)
P^F ⋮ Fibrare indusă ⋮ P (fibrare)
↓ ↓
NUCLEI MAMILARI (complex Kan) —F→ NUCLEI TALAMICI ANTERIORI (complex Kan)
(aplicație simplicială)

modelul din paragraful 3 se poate aplica acum fibrării induse, ridicarea omotopiei făcîndu-se acum într-un complex Kan de pullback reunind modelele interne mamilare și corticale corelate prin modele interne comune inductoare din nucleii talamici.

În plus structural stabilitatea evaluării și reprezentării vine din proprietatea de universalitate a pullback-ului.

Pentru că am vorbit despre structural stabilitate, cîteva cuvinte și despre unicitatea ridicărilor. Astfel fibrări Kan cu unicitatea „ridicării" modelează transmisia precisă în ariile specifice, primare și secundare de recepție corticale.

Fibrările Kan cu „ridicări" multiple modelează transmisia difuză în ariile asociative sau ale sistemului limbic (mai multe modele interne corticale induse de un același model intern talamic). Un rezultat de topologie clasică leagă unicitatea „ridicării" de structura fibrei. Rămîne de

înțeles cum transmisia difuză a informațiilor integrate în talamus sau cea precisă sînt dacă sînt, determinate de structurile particulare ale ariilor de proiecție respective.

Dorim în încheiere să mulțumim „feedback-ului" prețios al discuțiilor cu Prof. C. Bălăceanu-Stolnici pe tema legăturilor ierarhice în SNC.

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Andronescu*, „Anatomia Funcțională a Sistemului Nervos Central" EDP București 1979
2. *J. M. Beck*, Simplicial sets and the foundations of analysis, in „Applications of Sheaves" Lecture Notes on Math 753, Springer 1980
3. *R. Glassman*, Aneural systems theory of Schizophrenia and tardive dyskinesia, Behavioral Science Vol. 21 4 (1976) p. 274—288
4. *J. P. May*, Simplicial Objects in Algebraic Topology, Van Nostrand 1967
5. *C. V. Negoiță*, Pullback versus feedback, Human Systems Management ,vol. 1 (1980) p. 71—76
6. *M. D. Nicu, G. Burstein*, Internal models representation in the brain from an algebraico-topological point of view, IFAC/IFORS Large Scale Systems Symposium Varșovia 1983
7. *R. Miron, I. Pop*, „Topologie Algebrică", EA, 1974
8. *A. F. Rocha ș.a.* Neural Languages Fuzzy Sets and Systems 3 (1980) p. 11—35
9. *A. F. Rocha*, Toward a theoretical and experimental approach of fuzzy learning, in „Approximate Reasoning in Decision Analysis" editori : M. M. Gupta, E. Sanchez, North-Holland, 1982
10. *G. Sommerhoff*, The Logic of the Living Brain", John Wiley 1974

Topological Algebraic Models on Neuronal Networks in the Central Nervous System. Simplicial Fiberings with Lifting Homotopy Property

In [6] we have proposed simplicial complexes as a framework for analyzing internal models representation on neuronal networks, in the central, nervous system. Using a more sophisticated tool we shall present a model of the hierarchial connections between the nervous system levels stressing on how internal neuronal models are induced in a high, associative level by a low integrative level. Some examples are included where the cortex-thalamus-cortex circuit and a hierarchical model of schizophrenia are treated by means of simplicial fiberings with lifting homotopy property.

C.Z.: 514.752
514.765.7

QUELQUES APPLICATIONS DE LA THÉORIE DES RÉSEAUX DANS L'ESPACE EUCLIDIENE E_n

D. FILIPESCU *

Soit dans l'espace euclidien E_n, un réseau de régions fondamentales r_i, invariant, par les transformations d'un groupe discret Γ, (sousgroupe du groupe ortogonal G_r).

Données $K_1, K_2, \ldots, K_m$, m corps convexes, congrus, aléatoires comme position par rapport à la mesure cinématiques de E_n, indépendants, on note à $\widetilde{K}_m^r$ la configuration géométrique, formée avec les points communs pour r de m corps convexes donnés, quand le point P_i de l'expression de la mesure cinématique appartient à la région $r_0(P_i \in K_i)$. On considère et le corps convexe K_0, $(K_0 \subset r_0)$, qui par les transformations T_j de Γ est reproduit dans toutes les régions du réseau.

Par l'application de la théorie de réseaux, on donne quelques formules intégrales dans l'espace E_n pour la caractéristique (μ), $W_{\mu m}^r$ (quermassintégrale), correspondante à la configuration géométrique $\bigcup_j (T_j^{-1} K_0 \cap \widetilde{K}_m^r)$

De ces formules on obtient une série de résultats donnés dans les travaux [1], [2], [5], [14].

I. Introduction

Par les travaux : [1], [2], [5], [7], [8], [9], [11], [13], [14] et d'autres, plusieurs mathématiciens s'occupent de la théorie des réseaux.

Dans ce travail, par l'application de la théorie des réseaux, on donne quelques formules intégrales dans l'espace euclidien E_n.

Soit E_n, l'espace euclidien à n dimensions; la mesure cinématique élémentaire dK a l'expression, [12], [13]:

$$dK = \prod_{t=1}^{n} \omega^t \prod_{t<j} \omega_j^t \qquad (1)$$

où ω^t, ω_j^t sont formés de Pfaff, invariantes par rapport aux transformations du groupe des paramètres Π_r, qui correspondent au groupe ortogonal $G_r, \left(r = \frac{n(n+1)}{2}\right)$.

* Lecteur dr., Chaire de Mathématiques

La mesure cinématique élémentaire a aussi la forme, [12]:

$$\mathrm{d}K = \mathrm{d}P \wedge \prod_{i<j} \omega_j^i \tag{2}$$

où P est un point attaché à la figure indéformable K et $\mathrm{d}P$ désigne l'élément de volume.

Définitions. Par région, on signale un domaine ou réunion de domaines avec toute la frontière ∂D ou une partie de celle-ci.

Un réseau de régions fondamentales de l'espace possède les propriétés suivantes:

a) Chaque point de l'espace appartient à une seule région r_K.

b) Donnée une région r_0, pour chaque région r_j il existe une transformation T_j du groupe G_r, qui donne $T_j r_j = r_0$ et $T_j r_K = r_m$, *le réseau de régions restant invariant.*

L'ensemble Γ de ces transformations forme un sousgroupe discret du groupe G_r; les groupes de type Γ sont nommés groupes cristallographiques, [13].

La formule principale. Soit K_0, une figure de position fixe, $K_0 \subset r_0$ et $K_1, K_2, \ldots, K_m$, m figures congrues, aléatoires comme position, (par rapport à la mesure cinématique); tenant compte des proprietés de la mesure cinématique, ainsi que dans le travaux, [13], [14], on peut démontrer la formule intégrale:

$$\int f(K_1 \cap K_0, \cap K_2 \cap K_0, \ldots, K_m \cap K_0)\mathrm{d}K_1 \wedge \mathrm{d}K_2 \wedge \ldots \wedge \mathrm{d}K_m =$$

$$\{K_1 \cap K_0 \neq \emptyset,\ K_2 \cap K_0 \neq \emptyset, \ldots, K_m \cap K_0 \neq \emptyset\}$$

$$= \int_{\{r_0\}} \left[\sum_j f(T_j^{-1}K_0 \cap K_1,\ T_j^{-1}K_0 \cap K_2, \ldots, T_j^{-1}K_0 \cap K_m) \right] \mathrm{d}K_1 \wedge \ldots \wedge \mathrm{d}K_m$$

ou

$$\{r_0\} = r_0 \times r_0 \times \ldots \times r_0 = r_0^m, \text{ (produit cartésien)},$$

f est une fonction intégrale, nulle si $K_i \cap K_0 = \emptyset$, $(i = 1, 2, \ldots, m)$ et $\mathrm{d}K_i$ la mesure cinématique élémentaire (2).

Pour certaines fonctions $f(K_1 \cap K_0, \ldots, K_m \cap K_0)$ le membre gauche de l'égalité (3) est connu, donc et le membre droit, mais cellui-ci correspond à une neuve configuration géométrique. Ainsi, notant à T_j une transformation du groupe Γ, T_j^{-1} appartient aussi au groupe, mais par $T_j^{-1}K_0$, $(j = 1, 2, 3, \ldots)$ *on reproduit la figure* K_0, $(K_0 \subset r_0)$, *dans toutes les régions du réseau de l'espace.*

Mais dans le membre droit de l'égalité (3) on fait l'intégration seulement pour celles-là positions des figures K_i, $(i = 1, 2, \ldots, m)$, quand le point P de (2), correspondant à chaque figure K_i, appartient à la région r_0, $(P \in r_0)$, [13]. La neuve configuration géométrique résulte de l'intersection des figures $K_1, K_2, \ldots, K_m$, *quand* $P \in r_0$, avec le réseau qui a reproduit K_0, par $T_j^{-1}K_0$, $(j = 1, 2, \ldots)$, dans toutes le régions.

On sait que l'intégrale de la courbure moyenne a l'expression :

$$M_r(\partial K) = \binom{n-1}{r}^{-1} \int_{\partial k} \{k_{i_1}, k_{i_2}, \ldots, k_{i_r}\} d\sigma \tag{4}$$

où $\{k_{i_1}, k_{i_2}, \ldots, k_{i_r}\}$ est la fonction symétrique élémentaire des courbures principales de la hypersurface ∂K, (de classe C^2), $d\delta$ étant l'élément de l'aire sur ∂K, [13].

Entre $W_r(K)$, (quermass intégrale, [13]), introduite par Minkowski et l'intégrale de la courbure moyenne, il existe la relation

$$M_r(\partial K) = nW_{r+1}(K); \quad (r = 0, 1, \ldots, n-1) \tag{5}$$

II. On considère $K_1, K_2, \ldots, K_m$, m corps convexes, congrus, aléatoires comme position par rapport à la mesure cinématique de l'espace, indépendantes, [10], chaque de volume V, l'aire de la frontières S et K_0 un corps convexe, de position fixe, de volume V_0, l'aire de la frontière ∂K_0 égale a S_0.

On note, [6] :

K_m^r, la configuration géométrique, formée avec les points communs pour r des m corps, congrues, $(r = 0, 1, \ldots, m)$.

$W_{\mu m}^r$, la caractéristique (μ) de la configuration géométrique $K_0 \cap K_m^r$, dans l'espace euclidien E_n; $\mu = 0, 1, \ldots, n$.

Par exemple :

$W_{0m}^r = V(K_0 \cap K_m^r)$, c'est-à-dire, le volume de $K_0 \cap K_m^r$

$nW_{1m}^r = S(K_0 \cap K_m^r)$, l'aire de la frontière de $K_0 \cap K_m^r$

$W_{nm}^r = \omega_n \chi(K_0 \cap K_m^r)$ où χ est la caractéristique d'Euler-Poincaré de la configuration géométrique $K_0 \cap K_m^r$ et ω_n le volume de la sphère unite $(n-1)$ dimensionnelle de l'espace euclidien E_n.

$\omega_k = \dfrac{\pi^{\frac{K}{2}}}{\Gamma\left(1+\frac{K}{2}\right)}$, le volume de la sphère, $(K-1)$ dimensionnelle de l'espace euclidien E_K.

$O_K = \dfrac{2\pi^{\frac{K+1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}$ l'aire de la sphère unité, K dimensionnelle de l'espace euclidien E_{K+1}.

$$C_k = \frac{K!}{2}\omega_1\omega_2, \ldots, \omega_k; \quad D_{\lambda,\mu} = \binom{\mu}{\lambda} \frac{\omega_{n-\lambda}\,\omega_\mu\,\omega_{n+\lambda-\mu}}{\omega_\lambda\,\omega_{n-\mu}\,\omega_{\mu-\lambda}}$$

$$\binom{\mu}{\lambda_1\,\lambda_2\,\ldots\,\lambda_t} = \frac{\mu!}{\lambda_1!\,\lambda_2!\ldots\lambda_t!}; \quad \left[\mu, \lambda_i, \text{ entiers}, \sum_{i=1}^{t}\lambda_i = \mu\right],$$

$$\widetilde{K}(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_t; \mu) = \binom{\mu}{\lambda_1\,\lambda_2\,\ldots\,\lambda_t} \frac{\omega_\mu}{\omega_{n-\mu}} \prod_{i=1}^{t} \frac{\omega_{n-\lambda_i}}{\omega_{\lambda_i}}$$

Si dans la formule principale (3) on fait

$$f(K_1 \cap K_0, K_2 \cap K_0, \ldots, K_m \cap K_0) = W^r_{\mu m}$$

et on tient compte du travail [3], on obtient les formules intégrales :

$$\int_{\{r_0\}} \widetilde{W}^r_{\mu m}\, dK_1 \wedge dK_2 \wedge \ldots \wedge dK_m =$$

$$c_n W_0(K) \left\{ \sum_{q=1}^{\mu} \sum_{t=0}^{q} \binom{m}{q} \binom{q}{t} \binom{m-q}{r-q+t} [C_n W_0(K)]^{r-q+t} \right.$$

$$\left. \left[c_n \omega_n^{-2} \sum_{\lambda=1}^{n} D_{\lambda,n} W_{n-\lambda}(K) W_\lambda(K) \right]^{m-r-t} (c_n \omega_n^{-1})^{q-1} \right\} \cdot$$

$$\sum_{\lambda_1,\ldots,\lambda_q}^{\mu} \widetilde{K}(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_q; \mu) \prod_{i=1}^{q} W_{\lambda_i}(K_i) + \tag{6}$$

$$+ \left\{ \sum_{q=1}^{n} \sum_{t=0}^{q-1} \binom{m}{q-1} \binom{q-1}{t} \binom{m-q+1}{r-q+t+1} [c_n W_0(K)]^{r-q+t+1} (c_n \omega_n^{-1})^{q-1} \cdot \right.$$

$$\left. \left[c_n \omega_n^{-2} \sum_{\lambda=1}^{n} D_{\lambda,n} W_{n-\lambda}(K_0) W_\lambda(K) \right]^{m-r-t} \sum_{\lambda_0,\lambda_1,\ldots,\lambda_{q-1}}^{\mu} \widetilde{K}(r_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_{q-1}; \mu) \prod_{i-0}^{q-1} W_{\lambda_i}(K_i), \right.$$

où $\mu = 2, 3, \ldots, n$.

$$\int_{\{r_0\}} \widetilde{W}^r_{0m}\, dK_1 \wedge dK_2 \wedge \ldots \wedge dK_m =$$

$$= \binom{m}{r} W_0(K_0) [c_n W_0(K)]^r [c_n \omega_n^{-2} \sum_{\lambda=1}^{n} D_{\lambda,n} W_{n-\lambda}(K_0) W_\lambda(K)]^{m-r} \tag{7}$$

$$\int_{\{r_0\}} \widetilde{W}^r_{1m}\, dK_1 \wedge dK_2 \wedge \ldots dK_m =$$

$$m \binom{m-1}{r-1} c_n W_0(K_0) W_1(K) [c_n W_0(K)]^{r-1} \left[c_n \omega_n^{-2} \sum_{\lambda=1}^{n} D_{\lambda,n} W_{n-\lambda}(K_0) W_\lambda(K) \right]^{m-r} + \tag{8}$$

$$m \binom{m-1}{r} c_n W_0(K_0) W_1(K) [c_n W_0(K)]^r \left[c_n \omega_n^{-2} \sum_{\lambda=1}^{n} D_{\lambda,n} W_{n-\lambda}(K_0) W_\lambda(K) \right]^{m-r-1} +$$

$$\binom{m}{r} W_1(K_0) [c_n W_0(K)]^r \left[c_n \omega_n^{-2} \sum_{\lambda=1}^{n} D_{\lambda,n} W_{n-\lambda}(K_0) W_\lambda(K) \right]^{m-r} \cdot$$

où dans l'espace euclidien E_n, $\widetilde{K}_m^r$ est la configuration géométrique, formée avec les points communs pour r des m corps convexes congrus, *quand P de (2) appartient à la région* r_0 et $\widetilde{W}_{\mu m}^r$ représente la caractéristique (μ) pour la configuration géométrique $\bigcup_j (T_j^{-1} K_0 \cap \widetilde{K}_m^r)$

Comme la mesure cinématique élémentaire a la forme [12] :

$$\mathrm{d}K = \mathrm{d}P \wedge \mathrm{d}O_{n-1} \wedge \mathrm{d}O_{n-2} \wedge \ldots \wedge \mathrm{d}O_1 \tag{9}$$

il en résulte

$$\int_{\{r_0\}} \mathrm{d}K = v\, O_1 O_2 \ldots, O_{n-1} \tag{10}$$

où v este le volume de la région fondamentale r_0.

Pour avoir des valeurs moyennes dans (6), (7) et (8) on divise de part et d'autre par $(v\, O_1 O_2, \ldots, O_{n-1})^m$.

III. — Si $\mu = n$, dans (6), il résulte une formule intégrale pour $\widetilde{W}_{nm}^r = \omega_n \widetilde{N}_m^r$ où $\widetilde{N}_m^r$ représente le nombre de domaines simplement connexes de $\bigcup_j (T_j^{-1} K_0 \cap K_m^r)$; dans E_3 on obtient la formule correspondante donnée dans le travail : ([5], page 175).

— De (7) et (5) on obtient la formule (2.11), donnée dans le travail [14].

— Dans l'espace euclidien E_3 $3\widetilde{W}_{2m}^r = \widetilde{\overline{H}}_m^r$, c'est-à-dire, l'intégrale de la courbure moyenne pour la configuration géométrique $\bigcup_j (T_j^{-1} K_0 \cap K_m^r)$; de (6) pour $\mu = 2$, (dans E_3), il résulte la formule intégrale :

$$\int_{\{r_0\}} \widetilde{\overline{H}}_m^r \mathrm{d}K_1 \wedge \mathrm{d}K_2 \wedge \ldots \wedge \mathrm{d}K_m =$$

$$8\pi^2 m \binom{m-1}{r-1} V_0 \overline{H} (8\pi^2 V)^{r-1} A^{m-r} + 8\pi^2 m \binom{m-1}{r} V_0 \overline{H}\, (8\pi^2 V)^r A^{m-r-1} +$$

$$4\pi^6 \binom{m}{2}\binom{m-2}{r-2} V_0 S^2\, (8\pi^2 V)^{r-2} A^{m-r} + 8\pi^6 \binom{m}{2}\binom{m-2}{r-1} V_0 S^2 (8\pi^2 V)^{r-1} A^{m-r-1} + \tag{11}$$

$$4\pi^6 \binom{m}{2}\binom{m-2}{r} V_0 S^2 (8\pi^2 V)^r A^{m-r-2} + \binom{m}{r} \overline{H}_0 (8\pi^2 V)^r A^{m-r} +$$

$$\pi^4 \binom{m}{2}\binom{m-1}{r-1} S_0 S\, (8\pi^2 V)^{r-1} A^{m-r} + \frac{m}{2} \binom{m-1}{r} \pi^4 S_0\, (8\pi^2 V)^r A^{m-r-1}.$$

où

$$A = 8\pi^2 V_0 + 2\pi\, (S_0 \overline{H} + S \overline{H}_0)$$

De (10),

$$\int_{\{r_0\}} \mathrm{d}K = 8\pi^2 V \tag{12}$$

De (11) et (12) il suit la valeur moyenne

$$E(\widetilde{H}_m^r) = \frac{\int_{\{r_0\}} \widetilde{H}_m^r \mathrm{d}K_1 \wedge \ldots \wedge \mathrm{d}K_m}{(8\pi^2 v)^m} \tag{13}$$

IV. *Application.* Dans le plan éuclidien E_2, la mesure des figures convexes, congrues à K, de positions aléatoires, par rapport à la mesure cinématique, qui coupent une figure K_0. de position fixe, on obtient de (9) :

$$m(K, K \cap K_0 \neq \emptyset\} = 2\pi(S_0 + S) + L_0 L \tag{14}$$

où K_0 a l'aire S_0, la longuer de la frontière ∂K_0 égale à L_0, mais K a l'aire S et la longuer L.

De (10), tenant compte que $P \in r_0$,

$$\int_{\{r_0\}} \mathrm{d}K = 2\pi\sigma \tag{15}$$

où σ est l'aire de la région r_0.

On considère, le réseau qui a reproduit K_0, $(K_0 \subset r_0)$, par $T_j^{-1}K_0$, $(j = 1, 2, \ldots)$ dans toutes les régions. Si la figure convexe K, aléatoire comme position, ne peut pas couper tout au plus une figure K_0, la probabilité parce que la figure K recontre K_0 a l'expression [12] :

$$p = \frac{2\pi(S_0 + S) + L_0 L}{2\pi\sigma} \tag{16}$$

Pour un rèseau de carrés avec le coté a, quand par $T_j^{-1}K_0$, $(j = 1,2,\ldots$ on obtient les coins des carrés (K_0 on réduit à un point), de (16) il suit :

$$p = \frac{S}{a^2} \tag{17}$$

Telles formulés ont application, par exemple, pour determiner le réseau optime d'exploration par forages au travaux miniers souterrains de quelques-uns corps lenticulaires [5].

Dans le travail [5] *on donne plusieurs applications de la théorié des réseaux dans géologie.*

Observation. De [3] on peut démontrer une formule intégrale analogue de qui résulte les formules données dans les travaux [1], [2], [5].

BIBLIOGRAPHIE

1. *D. Filipescu*, Stud. și cercet. mat., Tom 24, 2, 1972
2. ,, , Stud. și cercet. mat., Tom 24, 5, 1972
3. ,, , Quelques formules intégrales dans l'espace euclidien R_n, Ann. Fac. Sci. de Kinshasa, Zaire; Section Math.-Phys., vol. 3, nr. 1 (1977).
4. ,, , Rev. roum. math. pures et appl. XXIII, 6, 1978
5. *D. Filipescu, R. Trandafir, D. Zorilescu*, Probabilități geometrice și aplicații, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1981.
6. *St. Franz*, On multiple integral geometric integrals and their applications, to probability théory Univ. of Toronto, Toronto Ontario, 1970
7. *H. Hadwiger*, Überdeckung ebener Bereiche durch Kreise und Quadrate, Comment. Math. Helv. 13 (1941), 195—200
8. *D. G., Kendall*, Quart. J. of Math. (2), 19, (1948) pp. 1—26.
9. *D. G. Kendall, R. A. Raukin*, Quart. J. of Math. (2), 24, (1953), pp. 178—189.
10. *D. G. Kendall, P. A. P. Moran*, Geometrical probability. C. Griffin, London, 1963
11. *S. Oshio*, On mean values and geometrical probabilities in E_3, Sci. Rep. Kanazawa Univ. 3 (1955), pp. 35—43.
11. *L. A. Santaló*, Geometria Integral en espacios de curvatura constante, Publ. Com. Nac. Energia Atomica Ser. Mat. 1 (1952), fasc. 1.
13. ,, , Integral Geometry and Geometric Probability Addison-Wesley, Publishing Company — 1976
14. *R. Trandafir*, Problemi di geometria integrale delle reti di uno spazio omogeno, Rend. Sem. Mat. Messina Tomo XII, 1968—1969, pag. 3—25.
15. *G. Vrănceanu, D. Filipescu*, Elemente de geometrie integrală, Editura Academiei R.S.R., București, 1982.

Cîteva aplicații ale teoriei rețelelor în spațiul euclidian E_n

Fie în spațiul euclidian E_n, o rețea de regiuni fundamentale r_i, invariantă prin transformările unui grup discret Γ, (Γ subgrup al grupului ortogonal G_r, $r = \frac{n(n+1)}{2}$).

Date $K_1, K_2, \ldots, K_m$, m corpuri convexe, congruente, aleatoare ca poziție în raport cu măsura cinematică din E_n, independente, se notează cu $\widetilde{K}^r_m$, configurația geometrică formată cu punctele comune pentru r din cele m corpuri convexe date, cînd punctul P_i din expresia măsurii cinematice aparține regiunii $r_0 (P_i \in K_i)$. Se consideră și corpul convex $K_0 (K_0 \subset r_0)$, care prin transformările T_j ale grupului este reprodus în toate regiunile rețelei.

Aplicînd teoria rețelelor se dau unele formule integrale în E_n pentru caracteristica (μ), $\widetilde{W}^r_{\mu m}$ (quermassintégrale) corespunzătoare configurației geometrice

$$\bigcup_i (T_j^{-1} K_0 \cap \widetilde{K}^r_m)$$

Din formulele date se obțin o serie de rezultate date în lucrările [1], [2], [5] [14].

C.Z.: 517.9 : 538.551

APPROXIMATION OF SOLUTIONS OF NONLINEAR SYSTEMS

C. MARINOV *

A bound of the difference between solutions of two differential abstract equations, one of which containing a dissipative term, is given. A similar result is obtained for algebraic equations. The theorems substantially extend the main theoretical results obtained in [1] and are applicable to the equations that describe the infinite electrical networks.

Introduction

The algebraic or differential equations describing physical phaenomena contain operators that are approximated through measurements. It is therefore usefull to estimate the difference between solutions of two such equations containing the „exact" and „approximate" operators, respectively. As it is shown bellow this estimation is attainable if one of these operators exhibits a certain „dissipativity" character (that is belongs to one of the F_{LN}^{-} or F_{LN}^{+} classes described below). For equations in $\mathbb{R}^n$ such estimations were given in [1], regarding the F_{LN}^{+} class, with applications to nonlinear electric circuits described by approximate characteristics. The present paper extends to abstract spaces and the F_{LN}^{-} class the results from [1]. Such an extension was also stimulated by the paper [4], where we shown that „infinite" electrical circuits with transistors are described by differential equations in l^1 space with dissipative terms.

1. Preliminaries

If X is a complex Banach space we denote by X^* the dual of X, by f^* an element of X^* and by (x, f^*) the value of f^* in the point $x \in X$ With each $x \in X$ we associate the set, [3].

$$G^*(x) = \{g^* \in X^*;\ (x, g^*) = \|x\| \text{ and } \|g^*\| = 1\}.$$

A classical lemma of Kato, [2], can be reformulated if the mapping G^* is used instead of the classical duality one :

Lemma A.

Let J be an interval and $u : J \to X$ that satisfies :

1. u has a weak derivative in $s \in J$ (denoted by $u'_w(s)$)

* Lecturer Dr. Eng., Electrical Engineering Dept.

2. the function $t \to \|u(t)\|$ is derivable in the point $s \in J$.

Then,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} \|u(s)\| = \mathrm{Re}\,(u'_w(s), g^*) \text{ for any } g^* \in G^*(u(s)).$$

For $x, y \in X$ we denote $[x, y]_+ = \lim\limits_{h \to 0^+} \dfrac{\|x + hy\| - \|x\|}{h}$ and

$[x, y]_- = \lim\limits_{h \to 0^-} \dfrac{\|x + hy\| - \|x\|}{h}$.

Lemma B. ([2] and [3])

If $\delta \in \mathbb{R}$ and $x, y \in X$, then the following statements are equivalent:

1. There is $g^* \in G^*(x)$ such that $\mathrm{Re}(y, g^*) \leqslant \delta \|x\|$
2. $[x, y]_- \leqslant \delta \|x\|$
3. $[x, y - \delta x]_- \leqslant 0$

Let $D \subset X$ and $F^-_{LN}(D)$ be the set of functions $f : D \to X$ for which there is $l \in \mathbb{R}$ such that for any $x, y \in D$ we have

$$[x - y, f(x) - f(y)]_- \leqslant l\|x - y\|$$

If $f \in F^-_{LN}(D)$ we will denote

$$\mathrm{L}^-(f) \overset{\Delta}{=} \sup \left\{ \frac{[x - y, f(x) - f(y)]_-}{\|x - y\|} ; \quad x, y \in D,\ x \neq y \right\}$$

We remark that if $f \in F^-_{LN}(D)$ and I is the identity operator on X then $-f + L^-(f)\, I$ is monotonic (in the meaning of Kato, [2]).

Analogously, by substituting $[\ ,\ ]_+$ instead of $[\ ,\ ]_-$ we obtain the class of functions $F^+_{LN}(D)$ and the number $L^+(f)$. (These concepts are denoted by $F_{LN}(D)$ and $L(f)$ for $X = \mathbb{R}^n$ in [1]).

As it follows from inequality $[x, y]_- \leqslant [x, y]_+$ we remark that $F^+_{LN}(D) \subset F^-_{LN}(D)$ and, moreover if $f \in F^+_{LN}(D)$ then $L^-(f) \leqslant L^+(f)$.

2. Results in approximation

Theorem A extend theorem 1 given in [1], from the space $\mathbb{R}^n$ to a Banach space and from the class $F^+_{LN}(D)$ to the class $F^-_{LN}(D)$; this theorem regards the distance between the solutions of two algebraic equations.

Theorem A.

Let $y \in X$, $Q \subset X$ and $f, g : Q \to X$.

We suppose that:

1) $f \in F^-_{LN}(Q)$ (or $-f \in F^-_{LN}(Q)$)

2) there is $m_f > 0$ such that $L^-(f) \leqslant -m_f$ (or $L^-(-f) \leqslant -m_f$ respectively)

3) there is $\delta \geqslant 0$ such that $\|f(x) - g(x)\| \leqslant \delta$ for any $x \in Q$.

4) there is x^f, $x^g \in Q$ such that $y = f(x^f) = g(x^g)$.

Then,

$$\|x^f - x^g\| \leqslant \frac{\|f(x^g) - y\|}{m_f} \leqslant \frac{\delta}{m_f}$$

Proof.

Taking into acount the inequality $\|a\| \geqslant -[b, a]_-$, in the case when $f \in F_{LN}^-(Q)$ we have :

$$\delta \geqslant \|f(x^f) - f(x^g)\| \geqslant -[x^f - x^g, f(x^f) - f(x^g)]_- \geqslant$$

$$\geqslant -L^-(f)\,\|x^f - x^g\| \geqslant m_f \|x^f - x^g\|.$$

The case $-f \in F_{LN}^-(Q)$ is treated analogously.

Remark 1.

It is obvious that $f \in F_{LN}^+(Q)$ does not imply $-f \in F_{LN}^+(Q)$.

Therefore, in Lemma 4, Theorem 1 and Corollary 1 from [1] the hypotheses are not correct. In order to introduce the number $L(-f)$ we must add as an alterative (see Theorem A) the assumption that $-f \in F_{LN}(Q)$

Remark 2.

In Theorem 1 from [1] it is not necessary that Q be bounded and x^f, x^g be unique.

In Lemma 4 from [1] it is necessary to suppose additionally that D_0 is convex (that is for any $x, y \in D_0$ and $0 < \tau < 1$, $\tau x + (1 - \tau)y \in D_0$). The same assumption must be added to Lemma 6 and Corollary 3.

The following result regards the distance between the solutions of two differential equations and extends Theorem 2 from [1]. The generalization consists in substituting the Banach space X instead of $\mathbb{R}^n$, the class $F_{LN}^-(Q)$ instead of $F_{LN}^+(Q)$ and weak differential equations (that is comprising weak derivatives) instead of strong differential equations.

Theorem B.

Let $Q \subset X$, $T_0 \in \mathbb{R}$, $f, g : Q \times \mathbb{R}^+ \to X$ and $x^f, x^g : [T_0, \infty) \to Q$ having the properties :

1. $f(\cdot, t) \in F_{LN}^-(Q)$ for any $t \in \mathbb{R}^+$.

2. there is $m_f : [T_0, \infty) \to \mathbb{R}$ continuous, such that $L^-(f(\cdot, t)) \leqslant m_f(t)$ for any $t \geqslant T_0$.

3. there is $\delta : [T_0, \infty) \to \mathbb{R}^+$ continuous, such that

$$\|f(x, t) - g(x, t)\| \leqslant \delta(t) \text{ for any } x \in Q \text{ and } t \in [T_0, \infty)$$

4. x^f and x^g are weakly derivable in $[T_0, \infty) - N_f$ and $[T_0, \infty) - N_g$ respectively, where N_f and N_g are at most countable sets from $[T_0, \infty)$;

moreover

$$(x^f)'_w(t) = f(x^f(t), t) \quad \text{for any } t \in [T_0, \infty) - N_f$$

$$(x^g)'_w(t) = g(x^g(t), t) \quad \text{for any } t \in [T_0 \infty) - N_g$$

5. by denoting $e(t) = x^f(t) - x^g(t)$, the function $t \to \|e(t)\|$ is derivable on $[T_0, \infty) - N_e$ where N_e is at most countable set in $[T_0, \infty)$

Then, for any $t \in [T_0, \infty)$

$$\|e(t)\| \leqslant \|e(T_0)\| \exp \hat{m}(t) + \int_{T_0}^{t} \delta(\tau) \exp [\hat{m}(t) - \hat{m}(\tau)] \, \mathrm{d}\tau$$

where $\hat{m}(t) \overset{\Delta}{=} \int_{T_0}^{t} m_f(\tau) \, \mathrm{d}\tau$.

Proof.

Let $N = N_f \cup N_g \cup N_e$; from Lemma A it follows that for any $t \in [T_0, \infty) - N$ and any $f^* \in G^*(e(t))$ we have

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \|e(t)\| = \mathrm{Re}\,((x^f)'_w(t) - (x^g)'_w(t), f^*)$$

whence

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \|e(t)\| = \mathrm{Re}\,(f(x^f(t), t) - f(x^g(t). t), f^*) + \mathrm{Re}\,(f(x^g(t), t) -$$

$$- g(x^g(t), t), f^*) \leqslant L^-(f^*(\cdot, t)) \|e(t)\| + \|f(x^g(t), t) - g(x^g(t), t)\|$$

where the assumptions made above, Lemma B and the definition of $G^*(e(t)$ were used.

It follows that for any $t \in [T_0, \infty) - N$ we have

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \|e(t)\| \leqslant m_f(t) \|e(t)\| = \delta(t)$$

or

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left\{ \|e(t)\| \exp [-\hat{m}(t)] - \int_{T_0}^{t} \delta(\tau) \exp[-\hat{m}(\tau)] \mathrm{d}\tau \right\} \leqslant 0$$

so that the function between braces is decreasing on $[T_0, \infty)$ and the result is immediate.

Remark 3.

If assumption 4 would demand that x^f and x^g satisfy strong $\mathbb{R}^n$ differential equations, then this would imply the derivability of function $t \to \|e(t)\|$ on $[T_0, \infty) - N_e$, that is assumption 5 were not necessary. So Theorem 2 given in [1] follows immediately from above theorem.

Remark 4

It is obvious that Theorem 2 from [1] includes some unnecessary hypotheses : the est Q does not need to be bounded and the function $f(\cdot, t)$ does not need to be continuous. It is only sufficient to suppose that the solutions x^f and x^g exist, as this existence may be achieved under weaker conditions than boundedness for Q and continuity for f and g (see, for instance, [3]. Theorem 4.1).

REFERENCES

1. *M. E. Zaghloul, P. R. Bryant*, IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS — 27. no. 1, 1980.
2. *T. Kato*, J. Math. Soc. Japan. vol. 19, no. 4, 1967.
3. *R. H. Martin, Jr.*, J. Math. Soc. Japan. vol. 22, no. 3, 1970.
4. *C. Marinov*, Qualitative properties of l-solutions of infinite differential systems via dissipativity", Nonlinear Analysis T.M.A. vol. 8, no. 5, 1984.
5. *C. Marinov*, A dissipative operator in electrical circuit theory", Proceedings of the Workshop in Differential Equations and their control., Iași, sept. 1982.

Aproximatrea soluțiilor sistemelor neliniare

Se deduce o margine a diferenței soluțiilor a două ecuații diferențiale abstracte dintre care una conține un termen disipativ. Un rezultat similar se obține pentru ecuații algebrice (care nu conțin derivate). Teoremele extind substanțial principalele rezultate din[1] și sînt aplicabile ecuațiilor care descriu circuite electrice.

C.Z.: 515.14:611.8

Q-ANALIZA DINAMICĂ A INFLUENȚEI VARIAȚIILOR STRUCTURALE DIN SISTEMUL NERVOS CENTRAL ASUPRA PROCESELOR ȘI FUNCȚIILOR NERVOASE

M. D. NICU, G. BURSTEIN*

Scopul prezentei lucrări este formalizarea dependenței între distrugerea legăturilor neuronale (deteriorări structurale, operații neurochirurgicale, „moartea" neuronilor) și funcțiilor nervoase corespunzătoare acestora. Folosind Q-Analiza dinamică cu fundal static sau dinamic sînt puse în evidență obstrucțiile la redistribuirea funcțională după modificările de structură. Capătă astfel o interpretare topologică-algebrică plasticitatea neuronală, preluarea (în unele cazuri) a funcției țesutului distrus. Folosind complexele simpliciale de neuroni variația structurală anatomică poate fi extinsă la modificări abstracte ale geometriei funcționale sau operaționale. Folosind un model simplicial al timpului neuronal, se obține de asemenea o ecuație de dinamică simplicială pentru patternurile funcționale.

1. Introducere

In [4], [5] am prezentat complexele simpliciale de neuroni ca instrument de bază în analiza, pe baza datelor de electrostimulare, a dinamicii corticale legată de formarea modelelor interne. Vom analiza acum modul cum schimbările de structură topologică-eliminarea de vîrfuri sau adăugarea altora noi corespunzătoare „morții" neuronilor, înlocuirii acestora sau mai mult, distrugerii țesutului nervos — afectează prelucrarea mesajelor senzoriale distribuite pe complexele simpliciale. Evident generalitatea instrumentului folosit — analiza-Q dinamică — permite analizarea și a unor cazuri mai generale de mesaje decît cele senzoriale ca de exemplu a unei distribuții funcționale. Aceasta va fi modelată de un pattern multidimensional care asociază simplexelor complexului simplicial, fie el funcțional sau operațional, elemente ale unui grup abelian G. Cu elementele grupului G se realizează traficul electro-chimic, ce caracterizează influxul nervos. Distribuirea elementelor lui G (de exemplu, în cel mai simplu caz numere reale sau întregi) va modela astfel activarea preferențială a fundalului static neuronal; funcțional sau operațional, corespunzătoare proceselor sau funcțiilor sistemului nervos central.

Trecem în continuare la dezvoltarea acestor idei generale.

* Conf. dr., colectivul de Biotehnologie; Ing., INCERTRANS

2. Variația patternurilor funcționale

Fie K, un complex simplicial de neuroni corespunzător unei relații funcționale sau operaționale. Activitatea nervoasă pe această structură topologică e dată de $\pi : K$ (văzut ca mulțime de simplexe) $\to G$ un pattern funcțional. Evident un pattern poate fi scris ca sumă directă de patternuri pe fiecare etaj dimensional.

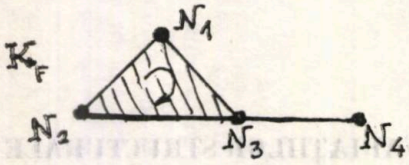


Fig. 1

$$\pi = \pi \oplus \pi^2 \oplus \ldots \oplus \pi^{N = \dim K}$$

Astfel de exemplu traficul activității nervoase (dinamica) pe un complex simplicial funcțional de neuroni K_F :

poate fi redat folosind un grup de evaluare ($G = \{g1, g2, g3, g4, g5\}$ astfel

$$\pi^0(\langle N_1\rangle) = g1,\ \pi^0(\langle N_2\rangle) = g2,\ \pi^0(\langle N_3\rangle) = g3,\ \pi^0(\langle N_4\rangle) = g4$$

$$\pi^1(\langle N_1 N_2\rangle) = g2,\ \pi^2(\langle N_2 N_3\rangle) = g3,\ \pi^2(\langle N Y_1 N_3\rangle) =$$

$$= \pi^2(\langle N_1 N_3\rangle) = g2$$

$$\pi^2(\langle N_1 N_2 N_3\rangle) = g1$$

Grupul abelian de evaluare este dependent de complexitatea punctului de vedere din care analizăm activitatea nervoasă. Traficul poate fi privit ca potențiale, curenți ai influxului nervos corespunzător procesului și atunci grupul G poate fi un grup obișnuit : $\mathbb{R}$, $\mathbb{Z}$. Dar folosind alte grupuri mai abstracte cu legi de compoziție altele decît simpla adunare, $(G, *)$, se poate analiza activitatea nu numai electric ci și semantic, geometric etc. cu grupuri de mișcări etc.

Dinamica patternului înseamnă variația lui $\pi + \Delta\pi$ în cazul grupurilor aditive, variație care la rîndul ei admite o structură sumă directă pe dimensiuni. Pentru patternuri mai abstracte $\pi * \Delta\pi$, unde compunerea de elemente simetrice (sau inverse) corespunde scăderii.

În exemplul nostru variația patternului π^2 de exemplu

$$\pi^2 * \Delta\pi^2 = g1 * (g2 * g_3^{-1}) \quad \text{cu } \Delta\pi^2 = g_2 * g_3^{-1}$$

unde * e operația de grup.

Astfel se pot compune cuvinte funcționale, mișcări geometrice cu semnificație funcțională sau operațională specifice activității (traficul nervos) pe fundalul neuronal organizat prin relații binare în complexe simpliciale.

Prezentări interesante ale unor asemenea elemente de analiză —Q dinamică se găsesc în [2], [3]. Față de teoria cunoscută în acest domeniu inițiat de R. Atkin și J. Casti, la noi apar aceste patternuri complex definite cu valori în grupuri de evaluare, abeliene abstracte și nu în Z ca în aplicațiile economice-sociale din [2].

Pentru ca variațiile, patternului să poată apare sînt necesare condiții de compatibilitate cu structura complexelor neuronale ceea ce cores-

punde ideii, că modificarea activității nervoase depinde și de structura rețelelor neuronale pe care are loc prelucrarea.

Astfel conform teoriei [2], [3] pentru existența unui $\Delta\pi$ la un moment pe un simplex p-dimensional e necesară existența unui simplex $p+1$ — dimensional, care să-l includă pe cel p-dimensional ca față (i.e. existența unui extraneuron cu care simplexul p-dimensional să constituie, un model intern, sau program de dimensiune imediat superioară). Astfel variația $\Delta\pi^p$ necesită un simplex neuronal $p+1$ dimensional prin care să poată circula, interpretarea fiind o structură ierarhic dimensională în dinamica proceselor și funcțiilor nervoase. Pe un exemplu în complexul simplicial neuronal funcțional. 1 — dimensional o variație a patternului nervos corespunzătoare ce trece de la prelucrarea în $\langle N_1 N_2\rangle$ la cea pe $\langle N_2 N_3\rangle$ nu poate avea loc căci există o obstrucție: lipsa $\langle N_1 N_2 N_3\rangle$ prin care variația să se propage. E firesc căci lipsa lui $\langle N_1 N_2 N_3\rangle$ înseamnă, că în context funcțional, N_1 N_2 și N_3 nu au similaritate sau conjuncție funcțională. Deci funcțional vorbind în dinamica unui proces nervos pe această rețea, nu se poate deplasa un pattern de activitate de la $\langle N_1 N_2\rangle$ la $\langle N_2 N_3\rangle$ neexistînd un model intern adecvat.

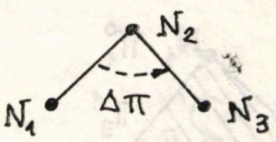


Fig. 2

Analiza acestor obstrucții se face cu ajutorul vectorului structural Q pe care noi l-am utilizat în lucrările noastre precedente pentru a descrie dinamica corticală asociată formării modelelor interne (analiza Q statică) [4], [5]. Astfel obstrucțiile sînt q-goluri ce iau naștere cînd lanțul de q-legătură e ciclic și în interiorul mărginit de el nu sînt alte q-lanțuri. Vectorul de obstrucție e tocmai

$$\hat{Q} = Q - [11 \ldots 1]$$

În complexele simpliciale neuronale acest vector de obstrucție e o măsură exactă a restricțiilor asupra dinamicii activității nervoase corespunzătoare unei funcții sau unui proces al *SMC*. q-golul nu poate fi străbătut de patternurile funcționale, electro-chimice, trebuie ocolit.

Astfel regăsim în acest cadru topologico-algebric aspecte ale singularităților sistemelor dinamice: q-golul va provoca fie devieri ale fluxului activității nervoase în timp fie înfășurări ale acestuia în jurul obstrucției.

3. Fenomene de schimbare a structurii și funcțiile proceselor nervoase

Moartea neuronilor și înlocuirea lor parțială, leziuni ale sistemului nervos central și chiar operațiile neurochirurgicale duc la schimbarea structurii complexelor simpliciale neuronale, elementul de bază al teoriei topologice a proceselor din sistemul nervos central pe care am început s-o dezvoltăm în [4], [5]. De fapt chiar și procesele de învățare *extensive* — prin adăugarea de legături cu noi neuroni față de cei din complexul inițial și nu doar prin „îndesirea" legăturilor din complexul studiat duc la variație structurală. Adăugarea sau eliminarea de neuroni cum afectează activitatea nervoasă din complexul considerat la un moment dat?

Modificările structurale produc variaţii ale patternului de activitate nervoasă.

Spre exemplificare fie deci patternul

$$\pi : K \to G, \qquad G = \{g_1, g_2, g_3\}$$

cu $(G, *)$ un grup abelian şi K :
un complex simplicial funcţional de neuroni

$$\pi^0(\langle N_1\rangle) = g_1, \quad \pi^0(\langle N_2\rangle) = g_2,$$

$$\pi^0(\langle N_3\rangle) = g_3 \quad \pi^2(\langle N_1 N_2\rangle) = g_1 * g_2,$$

$$\pi^2(\langle N_2 N_3\rangle) = g_2 * g_3, \quad \pi^1(\langle N_1 N_3\rangle) =$$

$$= g_1 * g_3 \quad \pi^2(\langle N_1 N_2 N_3\rangle) = g_1 * g_2 * g_3$$

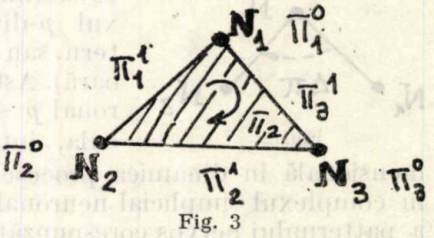


Fig. 3

Să presupunem că are loc eliminarea lui N_1 din complex. Atunci patternul suferă o variaţie

$$\Delta\pi = \Delta\pi^1 \circledast \Delta\pi^2 \circledast \Delta\pi^2$$

unde de exemplu

$$\Delta\pi^2 = (g_1 * g_2 * g_3)^{-1} = g_3^{-1} * g_2^{-1} * g_1^{-1}.$$

astfel încît

$$\pi^2 * \Delta\pi^2 = e$$

unde e este elementul neutru al grupului G. Se schimbă şi patternul total de la π :

$$\pi = g_1 * g_2 * g_3 * g_1 * g_2 * g_2 * g_3 * g_1 * g_3 * g_1 * g_2 * g_3 =$$

$$= g_1^4 * g_2^4 * g_3^4$$

$$\text{la } \pi = g_2 * g_3 * g_2 * g_3 = g_2^2 * g_3^2$$

Există însă şi posibilitatea patternurilor conservative. Dacă obstrucţiile nu împiedică traficul variaţiilor de pattern induse de modificările structurale, atunci de exemplu $\Delta\pi^1 \circledast \Delta\pi^2 \circledast \Delta\pi^2$ vor putea fi preluate de alte simplexe. Aceasta corespunde plasticităţii neuronale şi preluării funcţiei ţesutului ce a suferit leziunea. Explicaţia? Funcţiile acestuia pot fi „reînvăţate" şi stabilite din nou modelele interne şi programele de la început. Dar asta numai cînd nu există obstrucţii funcţionale, de nedepăşit, sau operaţionale. Atunci variaţia de pattern datorată distrugerii structurii (funcţionale) nu mai poate fi circulată către un alt complex şi funcţia se pierde.

4. Asupra unei posibile aplicaţii a analizei Q-dinamice în neurochirurgie

Realişti fiind, adesea datele de electrostimulare pe baza cărora se va face identificarea similarităţii funcţionale a neuronilor permit în loc de vîrfuri-neuron doar vîrfuri-mulţimi de neuroni, între altele datorită impo-

sibilității de a stimula electric un singur neuron și deci datorită diametrului electrozilor. Însă în teoria analizei $-Q$ există posibilitatea unei ierarhizări a ei. Se poate face analiză $-Q$ și folosind în loc de elemente-vîrf, mulțimi de elemente.

Cu acest amendament Q — analiza dinamică a influenței variațiilor de structură asupra proceselor și funcțiilor nervoase ce poate fi aplicată în neurochirurgie, bazată fiind pe datele de electrostimulare a pacientului. De ce a pacientului și nu pe niște date preexistente? Asta pentru că în cercetări de dată recentă [6], [7] în problemele fine de neurochirurgie, în care nu se lucrează asupra ariilor dedicate unei singure funcții, problema modelelor interne e o problemă și de variabilitate. La funcțiile înalt integrative corticale localizările neuronale sînt afectate de variabilitatea cu subiectul. Astfel cu obținerea din datele de electrostimulare a vectorului de obstrucție Q al pacientului în problema de interes, se poate gîndi modul de a opera pentru a păstra sau pierde un anumit aspect funcțional.

5. O ecuație de dinamică simplicială pentru patternurile funcționale

Am prezentat în [4] un model topologico-algebric pentru o ipoteză asupra existenței unui model intern (rețea neuronală) al timpului extern. Ne-am bazat pe modelul multidimensional al timpului obținut de Casti [2] și R. Atkin.

Definiție. Pe un complex neuronal K, timpul multidimensional intern are un pattern cu proprietățile :

1) impune o ordine totală, specifică timpului, pe simplexele p-dimensionale

2) patternul de timp e de forma

$$\tau = \sum_{p=0}^{\dim k} (\tau^p \oplus \tau^{p+1})$$

Acest timp intern neuronal e cu mult mai bogat decît timpul fizic $\tau = \tau^0 \oplus \tau^1$

Să presupunem că

$\pi : K \to G$ (patternul funcțional)

$\tau : K \to G$ (patternul temporal) (momente, intervale etc.))

cu $(G, *, 0)$ un corp construit pe G.

Atunci generalizînd o idee a lui Casti, putem obține chiar un *model* pentru variația temporală a patternului funcțional.

$$\Delta\pi^I (\Delta\tau^I)^{-1} = F(\pi^p(s_1), \quad \pi^p(s_l), s_1, \ldots, s_{l_1})$$

Am subliniat *model* pentru că el trebuie identificat, în sensul identificării sistemelor, pe baza rezultatelor de electrostimulare etc.

Se observă necesitatea de a îmbogăți structura algebrică a lui G. Descrierea dinamică, similară ecuațiilor diferențiale, cere o structură de corp : G trebuie să fie un corp de evaluare. În particular el poate fi $\mathbb{R}$ cum de obicei se întîmplă, dar avem și sursa generalizării. E suficient să codificăm aspectele nenumerice ce ne interesează într-un corp.

În încheiere dorim să spunem că această lucrare se bazează mult pe excelenta expunere a teoriei analizei $-Q$ dinamice făcută în [3] de Senino

Holtier. Profesorul C. Balaceanu-Stolnici a fost cel ce ne-a atras atenţia, în unele discuţii din trecut, asupra problemelor interesante ale preluării funcţiilor în anumite leziuni ale sistemului nervos central.

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Andronescu*, Anatomia funcţională a sistemului nervos central, EDP
2. *J. Casti*, Topological methods for social and behavioral systems, Int. J. Gen. Syst. 1983
3. *S. Holtier*, Introducere în analiza -Q, litograf. Iaşi, 1981
4. *M. D. Nicu*, Internal models representation in the brain from an algebraic topological point of view, Varşovia 1983, IFAC Symp.
5. „ Un studiu topologico-algebric al reprezentării modelelor interne şi o legătură cu reţelele semantice, Seminarul de Inteligenţă Artificială IPB, 1983.
6. *G. A. Ojemann*, Models of the brain organization for higher integrative, functions derived with electrical stimulation technique, Human Neurobiology 1 (4) 1982
7. *G. Palm*, Neural Assemblies Studies of Brain Function 7, Springer 1982

Dynamical *Q*-Analysis of the Structural Variation Influence in the Nervous Central Systems

Dynamical *Q*-analysis is used to give a description of brain damage. The recovery from damage appears dependent upon the obstructions vector, provided by Q-analysis, that shows how functional patterns flowing on simplicial complexes are modified by structural variations of the neuronal complexes.

C.Z.: 681.2
62—233

ASUPRA CALCULULUI ȘI EXPERIMENTĂRII LAGĂRELOR GAZOSTATICE SFERICE DUBLE

T. DEMIAN, A. PASCU *

În lucrare sînt prezentate aspecte constructive și de calcul privind lagărele sferice duble cu aer, cu alimentare exterioară. Soluția este deosebit de avantajoasă pentru sprijinirea meselor rotative ale aparatelor de măsurat, conducînd la sporirea preciziei sistemului.

Se descrie metoda de calcul și se compară performanțele lagărelor pentru două tipuri constructive: cu sfere păsuite și cu sfere avînd raze diferite.

Introducere

Lagărele sferice gazostatice sînt lagăre radial-axiale ce oferă importante avantaje funcționale, constructive și tehnologice. Ele pot fi folosite cu succes pentru materializarea cu precizie în spațiu a unei axe [1] păstrînd pentru corpul lăgăruit trei grade de libertate (cum este cazul giroscoapelor cu rotor sferic — fig. 1, a), sau un singur grad de libertate, prin montajul opus al sferelor — fig. 1 b, c. Acest din urmă aranjament oferă o autocentrare a elementului mobil, astfel încît nu poate apare o nealiniere a axelor, ceea ce este foarte avantajos pentru lăgăruirea de precizie a meselor rotative — fig. 1 c [2] și a sistemului cu inel rotitor pentru mașini textile de filat — fig. 1 b.

Elementele de calcul privind aceste lagăre, prezentate pînă în prezent în literatură se referă fie la cazul particular al lagărului cu un orificiu central de alimentare fie, pentru geometria uzuală cu mai multe orificii de alimentare, utilizează o soluție analitică aproximativă [3] valabilă în domeniul excentricităților mici și în care numărul finit de orificii de alimentare nu intervine ca variabilă explicită. Metoda de calcul prezentată în lucrare se bazează pe soluționarea numerică a ecuației presiunilor putînd fi aplicată oricărei configurații de lagăr. Pentru exemplificare sînt prezentate diagramele de calcul pentru un lagăr sferic aplicabil pentru mesele rotative de precizie.

* Prof. dr. doc. ing.; Șef. lucrări dr. ing., catedra Mecanică fină

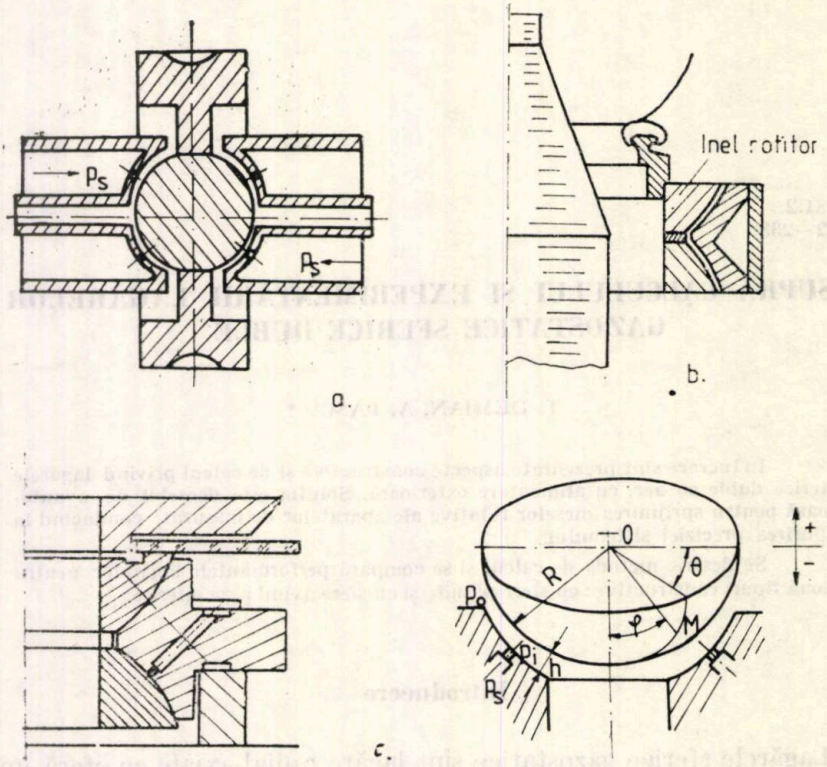


Fig. 1

Fig. 2

Analiza lagărului sferic simplu

Geometria lagărului și notațiile sînt prezentate în fig. 2. Considerînd o încărcare axială simetrică, grosimea h a interstițiului va depinde numai de coordonata φ, ecuația lui Reynolds care descrie distribuție de presiuni scriindu-se : [2]

$$\sin\varphi \frac{\partial}{\partial\varphi}\left(h^3 \sin\varphi \frac{\partial^2 p^2}{\partial\varphi} \right) + h^3 \frac{\partial p^2}{\partial\theta} = 0 \qquad (1)$$

cu condițiile de limită $p = p_i$ — în dreptul sursei de alimentare,

$p = p_0$ — pe contur (p_0 — presiunea ambiantă),

unde N = numărul orificiilor.

Datorită simetriei va fi suficient să se analizeze un sector corespunzător unui orificiu, delimitat de $\theta = \pm \frac{\pi}{N}$, la frontiere impunîndu-se ca debitul după direcția θ să fie nul. Întrucît ecuația (1) este liniară în raport cu p^2, soluția poate fi scrisă sub forma :

$$p^2 = p_0^2 + p_i^2 P^2 \qquad (2)$$

unde P este distribuția de presiuni unitară obținută prin rezolvarea ecuației (1) cu condițiile la limită $p = 0$ pe contur

$p = 1$ în dreptul sursei.

Debitul de aer ce străbate interstițiul unui sector se va scrie :

$$\dot{M}in = \frac{h_0^3}{24\eta RT} Kq\,(p_i^2 - p_0^2) \tag{3}$$

unde h_0 — grosimea de referință față de care se face adimensionalizarea lui h;

η — viscozitatea aerului;

R_1 — constanta universală, T — temperatura absolută;

K_q — coeficient de debit dependent numai de geometria interstițiului și lagărului, calculat ca :

$$K_q = \int_{\frac{-\pi}{N}}^{\frac{\pi}{N}} H^2 \frac{\partial p^2}{\partial \varphi}\bigg|_{\varphi=+\varphi_1} d\theta + \int_{\frac{-\pi}{N}}^{\frac{\pi}{N}} H^3 \frac{\partial p^2}{\partial \varphi}\bigg|_{\varphi=-\varphi_2} d\theta \tag{4}$$

cu $H = \frac{h}{h_0}$.

În privința formei interstițiului h au fost considerate două cazuri :

a. sferele au aceeași rază (sînt păsuite), în poziția de referință centrele fiind deplasate cu h_0. În acest caz,

$$h = h_0 (1 + \varepsilon) \cos\varphi$$

iar soluția ecuației presiunilor (1) devine independentă de ε.

b. sferele au raze diferite și în poziția de referință ele sînt concentrice $h_0 = \Delta R$. În acest caz,

$$h = h_0 (1 + \varepsilon \cos\varphi) \tag{6}$$

Pentru determinarea distribuției de presiuni unitare P a unui sector ecuația (1) a fost integrată numeric, utilizînd diferențe finite pe o rețea de 15×21 puncte, sistemul liniar rezultat fiind rezolvat prin metoda coloanelor [3].

În figura 3 sînt prezentate valorile coeficienților de debit pentru un sector, pentru un lagăr cu 12 orificii.

Prin integrarea distribuției de presiuni pentru diferite valori ale presiunii interne p_i se calculează portanța lagărului cu ajutorul cărora se poate construi apoi funcția de portanța lagărului $W = F(p_i)$ — fig. 4.

Valoarea presiunii p_i din dreptul sursei de alimentare se stabilește din egalitatea dintre debitul ce trece prin sursa M_{or}, cu cel ce străbate interstițiul M_{in} dat de (3).

Considerîndu-se un lagăr la care compensarea este asigurată de orificiul [3] debitul de aer are explicația binecunoscută :

$$\dot{M}_{or} = \frac{cp\,\pi r_0^2\,p_s}{\sqrt{RT}} \sqrt{\frac{2x}{x-1}\left[\left(\frac{p_j}{p_s}\right)^{2/x} - \left(\frac{p_i}{p_s}\right)^{\frac{x+1}{x}}\right]} \tag{7}$$

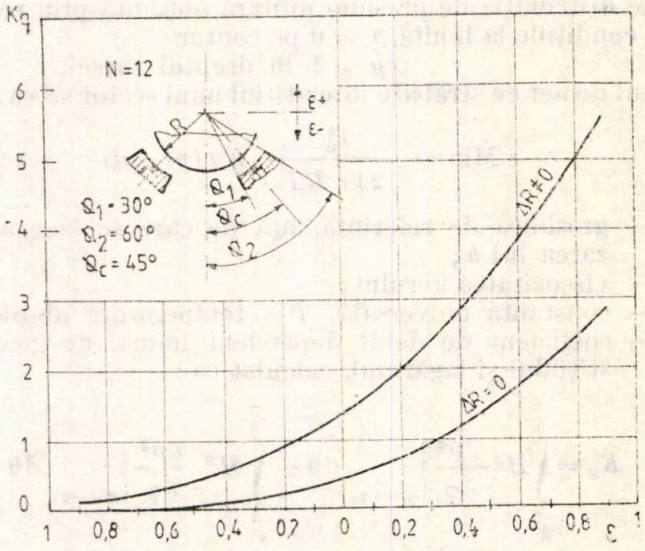


Fig. 3

unde în cazul cînd p_i scade sub valoarea presiunii critice p_i/p_s se înlocuiește cu $(p_i/p_s)_{cr}$.

În expresia de mai sus s-a notat cu :

r_0 — raza duzei,

c_p — coeficientul de pierdere,

p_s — presiunea de alimentare,

x — exponentul adiabatic (pentru aer $x = 1,4$).

Din egalitatea $\dot{M}_{in} = \dot{M}_{or}$, rezultă, prin soluționare numerică prin iterație, valoarea presiunii p_i ca:

$$p_i = f(\Lambda_s,\ K_q,\ p_s) \qquad (8)$$

unde în parametrul Λ_s s-au grupat termenii ce caracterizează alimentarea lagărului [3].

$$\Lambda_s = \frac{6\eta\, r_0^2\, cp\, \sqrt{RT}}{h_0^2\, p_s} \qquad (9)$$

Analiza lagărului sferic dublu

Configurația considerată este cea cu calotele sferice

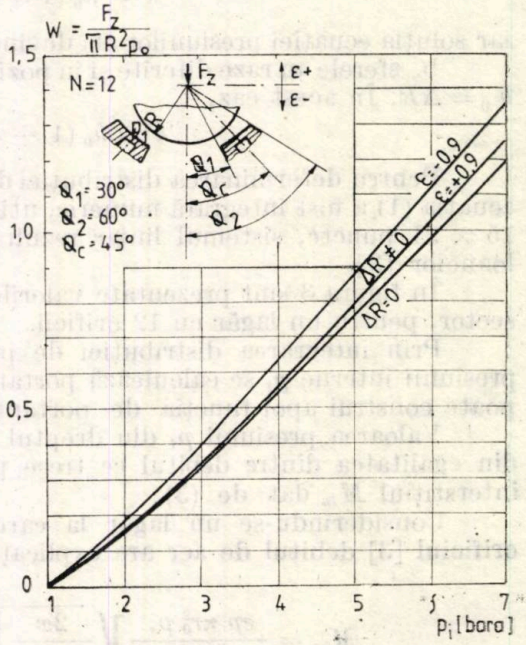


Fig. 4

montate opus (fig. 1b, c). Pentru sfere păsuite (cazul a) mărimea de care depinde valoarea interstițiului de referință este jocul axial de montaj, S_a, și anume :

$$h_0 = \frac{S_a}{2} \tag{10}$$

Dacă lagărul nu este încărcat, curgerea în cele două părți va fi simetrică, caracterizată de aceeași valoare K_q. Odată cu apariția forței axiale F_z se produce o modificare a geometriei interstițiului urmată de modificări ale presiunilor, în partea superioară și inferioară a lagărului pînă cînd diferența de forțe va echilibra încărcarea.

Pentru o valoare de referință a parametrului de alimentare Λ_s, în funcție de coeficienții de debit K_{q_1} și K_{q_2} se vor calcula presiunile p_i :

$$p_{i1} = f(\Lambda_s, K_{q1}, p_s) \tag{11}$$

$$p_{i2} = f(\Lambda_s, K_{q2}, P_s)$$

cu care se calculează :

$$P_z = W_{(p_{i1})} - W_{(p_{i2})} \tag{12}$$

În figura 5b sînt prezentate exemple de curbe de încărcare pentru lagărul păsuit, pentru $N = 12$ și $p_s = 6$ bar a.

Și pentru cazul b al sferelor de raze diferite s-a considerat ca mărime de referință a interstițiului jumătatea jocului axial teoretic, adică :

$$h_0 = \frac{S_a}{2} = \Delta R$$

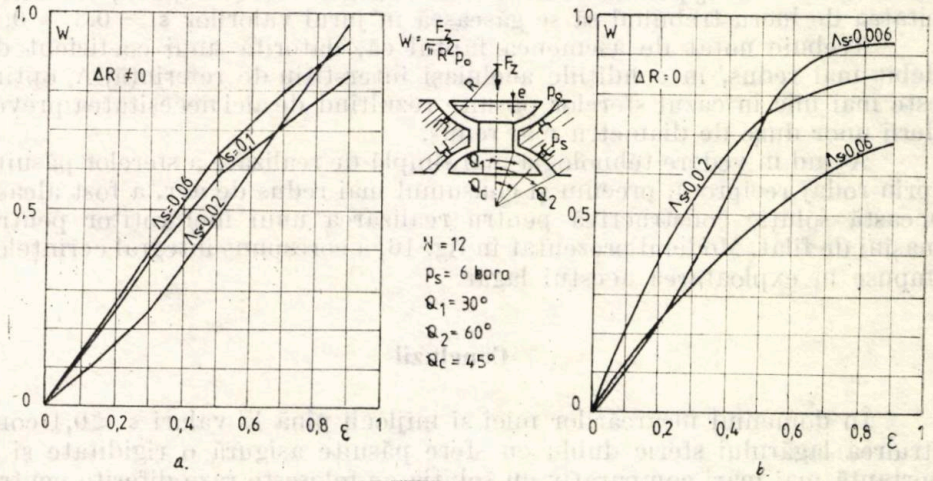


Fig. 5

ceea ce atrage, în absența încărcării, o poziție concentrică a sferelor — montaj fără „prestrîngere".

Caracteristica de încărcare se determină similar cazului anterior, cu observația că în acest caz portanța depinde și de ε (v. fig. 4) — exemplificări sînt ilustrate grafic în fig. 5a.

O comparație a performanțelor celor două variante constructive în ipotezele de montaj enunțate anterior este ilustrată de fig. 6.

Din cele prezentate mai sus se observă că lagărul cu suprafețe sferice cu raze diferite, montat fără prestrîngere, are o portanță maximă ușor superioară celui cu sfere păsuite. Sferele păsuite oferă însă o rigiditate mai

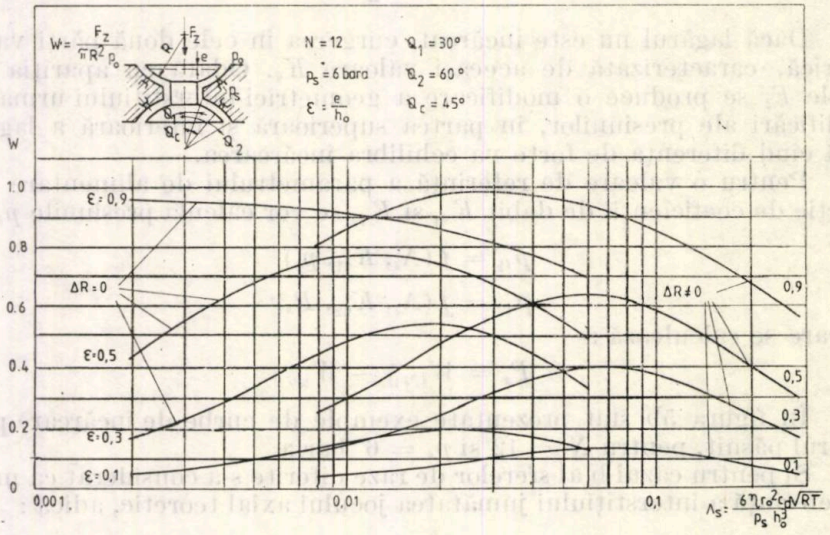


Fig. 6

mare cu circa 40 % pentru domeniul încărcărilor mici și mijlocii, excentricitatea de lucru trebuind să se găsească în jurul valorilor $\varepsilon = 0{,}3 - 0{,}4$.

Trebuie notat de asemenea faptul că, datorită unui coeficient de debit mai redus, în condițiile aceluiași interstițiu de referință, Λ_s optim este mai mic în cazul sferelor păsuite rezultînd de aici necesitatea prevederii unor duze de diametru mai redus.

Avînd în vedere tehnologia mai simplă de realizare a sferelor păsuite (prin rodaj reciproc), precum și consumul mai redus de aer, a fost aleasă această soluție constructivă pentru realizarea unui inel rotitor pentru mașini de filat. Modelul prezentat în fig. 16, a corespuns integral cerințelor impuse în exploatarea acestui lagăr.

Concluzii

În domeniul încărcărilor mici și mijlocii pînă la valori $\varepsilon < 0{,}4$ construirea lagărului sferic dublu cu sfere păsuite asigură o rigiditate și o portanță mai mari comparativ cu soluția ce folosește raze diferite pentru cele două sfere.

BIBLIOGRAFIE

1. *T. Demian, A. Pascu*, Lagăre și ghidaje pentru aparate. Ed. Academiei, București, 1981.
2. *Dangschat, Holmer*, Ein neuer Präzisionsrundtisch Feinwerktechnik, 1980, 88, 7, 343.
3. *W. Wilckock*, Gas bearing design MTI-RPI New York 1972.

Berechnungsverfahren und Untersuchungen der Doppelsphärischen Luftlager.

Die sphärischen Lager bieten wichtige funktionellen, konstruktiven und technologischen Vorteile an, unter anderen eine Selbstzentrierung so dass kein Achsversatz enstehen kann.
Der Berechnungsverfahren der in Beitrag vorgestellt ist, behandelt numärisch der Druck und Durchflussgleichungen für der Lagerspalt und kann an jedwelcher Lagerkontiguration angewandt werden. Konkret wurden zwei Fälle genannt : die Kugeln haben den selben Radius (sie sind gepasst) und die Kugeln haben verschiedene Radien und sind konzentrisch in der Refferenzstellung. Die Tragfähigkeitkennlinien für beiden Fälle für verschiedene Werte der Versorgungsparameter sind graphisch dargestellt. Die Konstruktion mit gepassten Kugeln bietet eine grössere Tragkraft und Steifigkeit für kleine und mittlere Belastungen und in Hinblick auch zur einfacheren Herstellung wurde gewählt für Bau von Rundtischen und Drehringen für Spinnmaschienen.

C.Z.: 621.2
62—82
621.65

DETERMINAREA PULSAȚIILOR DE DEBIT LA MAȘINILE HIDRAULICE (POMPE, MOTOARE) POLILOBATE ÎN CAZUL PROFILĂRII SINUSOIDALE

A. OPREAN, D. PRODAN *

Lucrarea se încadrează într-o tematică mai largă de cercetare privind creșterea performanțelor dinamice ale sistemelor hidraulice de acționare prin reducerea substanțială a pulsațiilor de debit și presiune care generează oscilații forțate în sistem. În context s-a studiat, teoretic și experimental, influența diverselor curbe matematice de profilare a căilor de rulare ale pistoanelor (arce de cerc, parabole, spirală arhimedică etc.), asupra nivelului de pulsație. În prezenta lucrare se analizează cazul profilării căilor de rulare după sinusoidă.

Notații

$\rho_{(\varphi)}$ — raza instantanee (funcție de unghi);
φ — unghiul curent;
z_p — numărul de profile (lobi);
z_B — numărul de pistonașe
ω — viteza unghiulară (constantă);
h — suprainălțarea pe un lob (diferența dintre vîrful și fundul profilului);
Q_i — debitul instantaneu;
Q_{max} — debitul maxim;
Q_{min} — debitul minim;
Q^P — debit pentru pompă;
Q^M — debit pentru motor;
d_B — diametrul pistonașului;
V — viteza relativă a pistonului față de alezaj (funcție de unghi);
R_0 — raza purtătoare a profilului (la mașinile axiale o cotă constructivă constantă ce poziționează pe ansamblu cama).

1. Generalități introductive

În ultima vreme s-a extins domeniul de utilizare, în acționarea hidraulică, a mașinilor hidraulice cu acțiune multiplă cu pistonașe sferice sau cu role pentru presiuni, debite, cupluri și puteri mari și foarte mari. Proliferarea acestor tipuri de mașini hidraulice se explică prin avantajele

* Prof. dr. ing.; Asist. ing., catedra Mașini unelte și scule

importante pe care acestea le au sub aspectul unei densități mari de presiune și debite pe ciclu și unitate de putere, randament ridicat, o bună stabilitate a mișcării la turații joase și altele.

Sub aspect dinamic însă, aceste mașini, ca dealtfel și celelalte tipuri, sînt generatoare de pulsații de debit și presiune, pentru a căror reducere sînt necesare modificări în structura lor cinematică, în speță, în profilul căilor de rulare cu influență pozitivă asupra vitezelor și accelerațiilor elementelor active în mișcare relativă.

Prezenta lucrare are drept scop determinarea pulsațiilor de debit la modelele de mașini enunțate mai sus, făcînd precizarea că s-a utilizat o metodă de calcul generalizată pusă la punct de autori, valabilă pentru orice tip de mașină hidraulică.

2. Calculul coeficientului de pulsație

În fig. 1, se prezintă desfășurat profilul elementului multiplu (acesta poate fi statorul sau rotorul mașinii).

Din figură rezultă :

$$\rho_{(\varphi)} = R_0 + \frac{h}{2} \sin z_p \varphi \tag{1}$$

iar :

$$V_{(\varphi)} = \frac{d\rho}{dt} = \frac{d\rho}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{d\rho}{d\varphi} = \frac{\omega h}{2} z_p \cos z_p \varphi \tag{2}$$

Se presupune la un moment dat pistonașul 1, în poziția φ.

Pentru cele z_B, pistonașe se poate scrie :

$$\rho_1(\varphi) = R_0 + \frac{h}{2} \sin z_p \varphi$$

$$\rho_2(\varphi) = R_0 + \frac{h}{2} \sin \left(z_p \varphi + \frac{2\pi}{z_B} \right)$$

$$\vdots$$

$$\rho_i(\varphi) = R_0 + \frac{h}{2} \sin \left[z_p \varphi + (i-1) \frac{2\pi}{z_B} \right]$$

$$\vdots$$

$$\rho_{z_B}(\varphi) = R_0 + \frac{h}{2} \sin \left[z_p \varphi + (z_B - 1) \frac{2\pi}{z_B} \right]$$

$$V_1(\varphi) = \frac{\omega h}{2} z_p \cos z_p \varphi$$

$$V_2(\varphi) = \frac{\omega h}{2} z_p \cos\left(z_p \varphi + \frac{2\pi}{z_B}\right)$$

$$\vdots$$

$$V_i(\varphi) = \frac{\omega h}{2} z_p \cos\left[z_p \varphi + (i-1)\frac{2\pi}{z_B}\right]$$

$$\vdots$$

$$V_{z_B}(\varphi) = \frac{\omega h}{2} z_p \cos\left[z_p \varphi + (z_p - 1)\frac{2\pi}{z_B}\right]$$

Prin convenție se consideră că $V_i(\varphi) > 0$, reprezintă aspirația (funcționarea ca pompă) și $V_i(\varphi) < 0$, reprezintă refularea (funcționarea ca motor).

Se va studia cazul funcționării ca pompă.

Debitul instantaneu va fi :

$$Q_i^P = \frac{\omega h}{2} z_p \frac{\pi d_B^2}{4} \sum_{i=1}^{z_B} \left\{\cos\left[z_p \varphi + (i-1)\frac{2\pi}{z_B}\right]\right\} \Bigg/ \begin{matrix} \forall_i \in \overline{1, z_B} \\ \cos\left[z_p \varphi + (i-1)\frac{2\pi}{z_B}\right] > 0 \end{matrix}$$

Relația (4) se citește $Q_i^p = \ldots$ cu proprietatea ca oricare ar fi „i" între 1 și z_B, se vor lua în seamă numai factorii pozitivi.

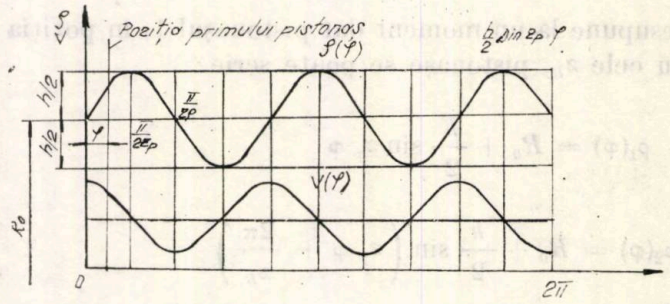


Fig. 1

Pentru determinarea punctelor de maxim și minim ale expresiei (4) se va studia comportarea sa în cazul variației lui φ pe $[0, 2\pi]$. Dar, observînd periodicitatea funcției se ajunge la concluzia că este suficient studiul pe $\left[0, \frac{2\pi}{z_p}\right]$.

$$Q^P_{max} = \frac{\omega h}{2} z_p \frac{\pi d_B^2}{4} \max \left\{ \sum_{i=1}^{z_B} \cos\left[z_p \varphi (i-1) \frac{2\pi}{z_B} \right] \right\} \Bigg/ \begin{matrix} \forall i \in \overline{1, z_B} \\ \cos\left[z_p \varphi + (i-1) \frac{2\pi}{z_B} \right] > 0 \end{matrix} \tag{5}$$

$$Q^P_{min} = \frac{\omega h}{2} z_p \frac{\pi d_B^2}{4} \min \left\{ \sum_{i=1}^{z_B} \cos\left[z_p \varphi + (i-1) \frac{2\pi}{z_B} \right] \right\} \Bigg/ \begin{matrix} \forall i \in \overline{1, z_B} \\ \cos\left[z_p \varphi + (i-1) \frac{2\pi}{z_B} > 0 \right. \end{matrix} \tag{6}$$

Se definește :

$$Q^P_{med} = \frac{z_B}{2\pi} \int_0^{2\pi} Q^P_i \, d\varphi \tag{7}$$

Din fig. 2, se observă că Q^P_{med}, reprzintă aria descrisă de grafic deasupra axei $(0, 2\pi)$.

Deci :

$$Q^P_{med} = 2A \, z_B z_P \, \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\omega h}{2} \cdot \frac{\pi d_B^2}{4} z_p \tag{8}$$

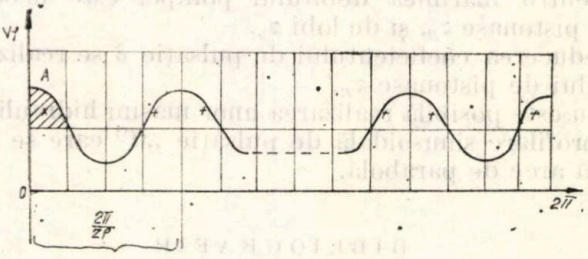


Fig. 2

unde A este aria haşurată şi :

$$A = \int_0^{\frac{2\pi}{4z_p}} \cos z_p \varphi \, d\rho \tag{9}$$

Făcînd înlocuirile se obține :

$$Q^P_{med} = \frac{\omega h \, z_p z_B \, d_B^2}{8} \tag{10}$$

Ideal ar fi ca : $Q^P_{med} = Q^P_i$ (11)

Deci, după înlocuire rezultă :

$$z_B = \pi \sum_{i=1}^{z_B} \cos\left[z_p\varphi + (i-1)\frac{2\pi}{z_B}\right] \Bigg/ \begin{matrix} \forall\, i \in \overline{1, z_B} \\ \cos\left[z_p\varphi + (i-1)\frac{2\pi}{z_B}\right] > 0 \end{matrix} \tag{12}$$

Relaţie imposibilă, deoarece Z_B este întreg iar π, iraţional şi suma variabilă în timp.

Coeficientul de pulsaţie δ, se poate scrie :

$$\delta = \frac{Q^P_{max} - Q^P_{min}}{Q^P_{med}} = \frac{\pi}{z_B}\left[\max \sum_{i=1}^{z_B} \cos\left[z_p\varphi + (i-1)\frac{2\pi}{z_B}\right] - \right.$$

$$\left. - \min \sum_{i=1}^{z_B} \cos\left[z_p\varphi + (i-1)\frac{2\pi}{z_B}\right]\right] \tag{13}$$

Analizînd relaţia (13) se observă că pentru micşorarea pulsaţiilor este necesar a se mări numărul de pistonaşe z_B, numărul de lobi z_p fiind mai puţin important sub acest aspect.

3. Concluzii

Pe baza anlizei prezentate mai sus rezultă următoarele concluzii mai importante :

a) — se poate utiliza profilarea căilor de rulare după o sinusoidă, prin aceasta obţinîndu-se o reducere a coeficientului de pulsaţie.

b) — pentru mărimea debitului pompei este necesară creşterea numărului de pistonaşe z_B, şi de lobi z_p.

c) — reducerea coeficientului de pulsaţie δ se realizează prin creşterea numărului de pistonaşe z_B.

d) — nu este posibilă realizarea unor maşini hidraulice cu acţionare multiplă cu profilare sinusoidală de pulsaţie „0" care se obţine în cazul profilării după arce de parabolă.

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Oprean*, Hidraulica maşinilor-unelte, Buc. EDP, 1983.
2. *A. Oprean, D. Prodan*, Cercetări privind realizarea unor generatoare (motoare) hidraulice cu pistonaşe radiale polilobate cu pulsaţii reduse. În Vol. celei de-a V-a Conferinţe Naţionale de maşini-unelte, Buc. 1984.
3. *Gh. Barbu*, Contribuţii la studiul cinematic şi dinamic al pompelor şi motoarelor hidraulice în vederea reducerii fenomenului de pulsaţie. — Teză de doctorat I.P.B. 1982.

Determination of Polilobed Hydraulic Machines (pumps, engines) Flow Throbs in the Case of Sine Profilation Research

The work integrated in a larger research theme regarding the increasing of the hydraulic drives dynamic performances, by substantialy reducing the flow and pressure throbs which generate forced oscilations in the system. In the paper was theoretically and experimentally studied the influence of the varions pistons rolling ways profile mathematical curves (circle, parable and archimedic spiral areas) on the throb level. In the present work is analysed the case of the rolling ways sine profilation.

C.Z. : 620.22

ON THE ORIGINS AND SCIENTIFIC RESOURCES OF NON-CONVENTIONAL TECHNOLOGIES

D. DRIMER*

This paper, presented at the 4th Conference on Nonconventional Technologies, describes the constituent elements of materials technology in a historical perspective. Equations are given for materials processing in macrovolumes, minivolumes and microvolumes. An uncertainty type relation of technological processes in terms of deviation in composition, structure and geometric shape is presented in the form $\triangle C \cdot \triangle S \cdot \triangle F \geqslant \frac{D}{M}$, where the uncertainty constant D has the value $D \cong 10^{-16}$ Js^2/m $\cong \frac{hN_0}{C}$ (h—Planck's constant, N_0—Avogadro's number, C— velocity of light in vacuum). The prospects of non — conventional technologies are examined in the light of modern technomass requirements.

Broadly speaking, by science is meant the whole body of knowledge. Technology, which is the science of applying sciences, involves in its non-conventional sense the blending of two sources, i.e. that which is known and the uncommon use of acquired knowledge.

For ancient man, the properties of the materials worked with his hands obviously amounted to scientific knowledge. This processing has revealed casual relationships : if a property increases (or decreases), another property related to it decreases (or increases). For example, as the potential energy decreases, the kinetic energy increases; an increase in the length of a lever arm lowers the resistance force of the body to be displaced.

Plato and his forerunners considered that only four elements were known and used : earth, water, air and fire. The non-conventional technology was contained in this set only by its idea. Geometry was first resorted to for expressing these elements, viz. earth — cube, water — icosahedrons, air — air octahedrons, fire — tetrahedrons.

It was at this point that the thin flow of mathematics started running into the spring of knowledge and applications. Phenomena began afterwards to be replaced by concepts, subsequently known as functions and variables.

---

* Prof. M. Eng. D. Sc., Chair of Materials Technology

One of Plato's illustrious disciples brought a new source to light; Aristotel enlarged early knowledge with elements of logic. Thinking comprises both quantitative and qualitative processes. The former require mathematics and the latter only logic which is capable of leading to knowledge and accounting fot its application.

A long time, more than one thousand years, had to elapse until experimental methods were developed for the four sources. Notice should be made of two pieces of writing prepared by a minute, century-old work : *Manum industria* of 1269 and Roger Bacon's (1214—1294) *Scientia experimentalis.*

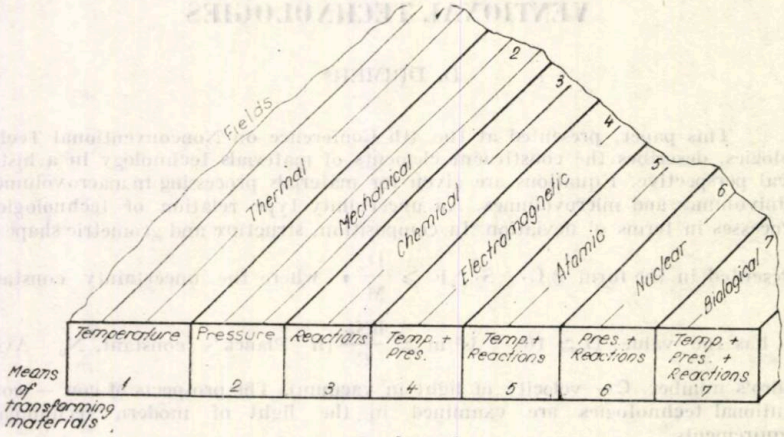


Fig. 1. Matrix of technological tronsformations

The mechanical experiments substantiated by Archimedes and the chemical reactions achieved by alchemists opened up a horizon of endless resources for obtaining temperatures, pressures and reactions, as well as combinations of these, by thermal, mechanical and chemical means, all being meant to transform materials.

Nowadays, without modifying the transformation means, but only by combining them and adding to the fields originally caused by heat, mechanical motion, chemical and biological reactions those discovered subsequently, i.e. the electromagnetic, atomic, nuclear and, obviously, under a new form, the biological ones, the matrix of technological capabilities for transforming materials is that shown in Fig. 1.

On a macroscopic scale, a reference system was needed, i.e. the one discovered by Copernicus; likewise, language required abstracting, and mathematics, through symbols, imperceptibly came to work out the differential and integral calculus, associated with the names of Newton and Leibnitz.

The departure from anthropomorphism has resulted in the replacement of the concept of force by that of the product of mass multiplied by acceleration, as a significant moment in the development of the nonconventional; there are more possibilities of selection; small masses with great accelerations have the same effects as large masses with small accelerations.

In the nineteenth century, Ampère, Faraday and Maxwell developed the nature of electromagnetism. Comprehension was gained of some fields of new forces, probably known for a long time, but expressed now in a language accessible to the understanding of a larger number of people. Finally, this agitated century we live in has put forward, particularly in conjunction with Albert Einstein's name, the atomic and nuclear forces, anticipating then the prospects of biological forces.

The experimental methods have opened up the windows of matter, too. The eighteenth century brought the science of crystallography to the fore, in which Galileo, Hooke, Huygens and then Bohr created the possibility of models for the bodies surrounding us.

Sciences of the body-field interaction have developed, providing a scientific grounding for both structural and shape transformations. Surprises have come one after another as the number of variables involved in the analysis of phenomena has increased. Specific characteristics occur in the electroerosion or electron-beam machining of the same type of steel; it has been noticed that living matter responds to electromagnetic waves in varied ways and that a great many materials behave quite differently under small variations of their state parameters. If the spin moment is introduced in machining processes involving magnetic fields even of low intensity such as the gravitational one, the processing equations are changed not only quantitatively, but sometimes qualitatively as well.

Let us add another source, perhaps more recently discerned, of particular significance to the very flood that has developed from the concise listing made above, namely, the spring of cybernetics.

We are convinced nowadays that the science of cybernetics, worked out by Odobleja, Wiener and many other contemporaries of ours, has proved, among other things, the role of models, of simulation and the active factor of information. We have come to understand that principles are rather negative, e.g. as far as technology is concerned, it is to be noticed that energy cannot be obtained but only transformed; technology laws govern sets not individual objects, they describe probabilities or, to be more precise, the variations of probabilities with time. In this respect, the first laws known were of a static nature, then they became dynamic and today laws are obviously statistical. Information signifies, via mathematical calculus, the bringing of the subjective into the objective, and entropy links the non-measurable — quality — to the measurable — quantity — . It is now easy to account for the proliferation of non-conventional technologies. If the non-conventional is defined as an unknown combination of known elements, the existence of numerous possibilities of interaction between force and matter makes the combinatorial solutions go beyond the capacity of even some large-sized computers.

The search for the non-conventional is not a combination game for the sake of its own beauty; it is a search for providing the optimum in terms of society requirements, i.e. processing with a minimum consumption of materials, maximum reliability, minimum expenditure of time, utmost accuracy of shape and minimum amount of energy. Such conditions, as well as other similar ones, can be achieved, to a smaller or grea-

ter extent, by technological methods and processes, specific for the material to be shaped. Technological processes have been classified, according to the ways of working a material, as : macrovolume processes (casting, plastic deformations, powder metallurgy, most cutting operations), minivolume and surface processes (welding, soldering, metal coatings,

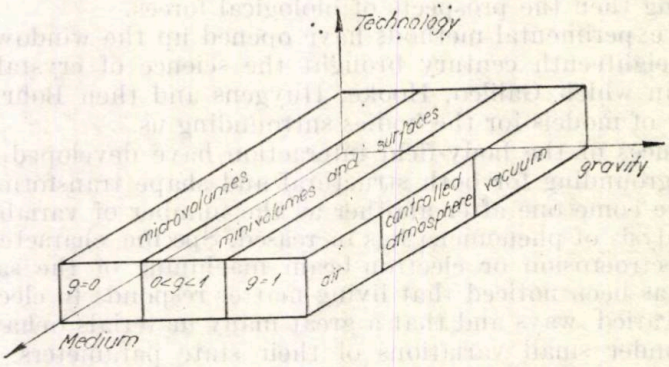


Fig. 2. Classification of technological processes

induction heat-treatment, some cutting operations) and microvolume processes (implanting, punctual heat-treatment). Each of these processes can be carried out under various environmental conditions (air, controlled atmosphere or vacuum) or in circumstances involving different external forces (gravity, gravity variations or even zero-gravity).

Fig. 2 is intended as a plot in the gravity-environment-technology coordinates of the processes by means of which one can form materials to shape, meanwhile also performing changes in their composition and structure.

Denoting the material composition by C, the geometric shape by F, the structure by S and the preliminary and final processing stages by the subscripts p and f, respectively, the following flow charts can be obtained for working a part. These flow charts are given for $g = 1$ and a medium adequate to the technological process (air, in general, controlled atmospfere for powders, vacuum for electron-beam techniques etc.).

A. *Macrovolume processing*

1. Solid passive parts :
   - block : $C_f \rightarrow S_p \rightarrow F_p \rightarrow S_f \rightarrow F_f$ (conventional processes)
   - block : $C_f \rightarrow S_f \rightarrow F_f$ (non-conventional processes)
   - powders : $C \rightarrow F \rightarrow S_f$ (conventional processes)
   - powders : $C \rightarrow F \rightarrow S_p \rightarrow F_f \rightarrow S_f$ (non-conventional processes)

2. Liquid-state parts : $C_f \rightarrow S$ (dynamic) (F = shape of vessel)

3. Solid active parts :
   - $C_p \rightarrow S \rightarrow F \rightarrow C_f$ (semiconductor devices)
   - $F_p \rightarrow (S) \rightarrow C_f \rightarrow F_f$ (composites)

B. *Minivolume and surface processing*

$$(C + F)_f \rightarrow S_f.$$

C. *Microvolume processing*

$$(C + S)_f$$

It is to be noticed that solid-state forming, which is mostly performed at present, has the longest work cycle in conventional technologies and that non-conventional processing reduces this cycle to a minimum through the evolution from composition to shape and then to the final structure. But this is not a characteristic fact as in the powder-metallurgy processes the non-conventional work cycle is longer than the classical one because of the needs for improving the mechanical properties. A comparison of the manufacture of passive parts from solid materials and from powders reveals an essential difference in the final operation ; in the former, the final step consists in producing the geometric shape, in the latter, in producing the solid structure.

Liquid-state processing has also been developed, as for liquid or ferrofluid crystals, with the obvious advantage of reducing the amount of geometrical shaping, from this point of view the liquid being esssence without form. The little experience available today has emphasized difficulties in achieving the composition and determing the relationships between properties and structure.

Active materials have complex flow charts, which are generally completed by the operation of producing the desired composition.

In minivolume and surface processing, the composition and final shape are achieved simultaneously, the structure being sometimes obtained as well. In other cases, the structure is adjusted by an aftertreatment.

In microvolume processing the shape is defined beforehand and the composition and structure are produced in a single processing operation. An important points arises. To what extent can one obtain a high degree of accuracy of composition, shape and structure in a technological process ? The problem has significant bearing on the part reliability and particularly on the assembly of the machine on which the part is to be mounted. The costs and efficiency of the assembly depend on the degree of the manufacturing accuracy of the part in all its three defining components : composition, shape and structure. Considering the square root of the mean square deviations from composition, shape and structure and denoting these values by ΔC, ΔF, ΔS, respectively, the relation below can be derived from the statistical analysis of conventional and non-conventional processes :

$$\Delta C.\Delta S.\Delta F \geqslant \frac{D}{M} |\mathrm{m}|$$

where D is the technological constant of the processes of materials working and M in kg is the mass of the processed material. The following is to be

determined experimentally

$$D \cong 10^{-6} \cong \frac{hN_0}{C} \left| \frac{Js}{\text{m/s}} \right|,$$

where h is Planck's constant (6×10^{-34} Js), N_0 Avogadro's number (6×10^{23} mol^{-1}) and c is the velocity of light in vacuum (3×10^8 m/s).

This relation proves mathematically, in the form of an uncertainty relation, that :

1. One cannot simultaneously obtain whatever high a degree of accuracy (as small as possible a tolerance dispersion) of composition, geometric shape and structure.

2. For a given composition and a structure density with defined flaws, the accuracy is limited to the value $\frac{D}{M}$.

3. For a given composition, the shape accuracy is conditioned by the deviations from the theoretical structure; the smaller these deviations, the smaller the tolerance dispersion. For instance, accuracies of the order of 10^{-10} m cannot be obtained in semiconductor devices unless the dispersion with respect to theoretical composition is close to unity and the dispersion of structural flaws is smaller than 10^{-11}/gr. of substance.

4. The less the mass being formed, the greater the mean square deviation from the shape accuracy. There is a repeatibility limit for extremely light parts.

The relation of technological uncertainty is a technological limitation of processing capabilities and it would be of interest to check whether this relation or a similar one holds true for the living world too, so as to get an idea of the limitations imposed on miniaturization and gigantism in the solar system.

Along the same line of ideas, a point still to be discussed is the prospects of non-conventional technologies. As technology is not a purpose in itself, but is aimed at enabling the achievement of new engineering designs, mention should be made of some of the expectations of the latter decades of our century : industrial robots, remote-operated machines, self-diagnosis machines, nuclear power-plants, solar batteries, communication satellites, vertical takeoff and landing aircraft, magnetic cushion trains, electrical motor-cars, superpowerful specialized computers. Such products cannot be manufactured only with the materials available. Non-conventional technologies will have to process zirconium, magnesium, fiber, particle, air, ceramic and plastic composites, functional materials of the memory or controlled induced-stress type, fluid materials. The shape of parts, designed by the computer, will only be produced by computer-operated machines which may recognize by themselves the shape obtained. At the same time, non-conventional machines will have to be designed robot-like, by placing them in flexible cells capable of being integrated into the modern organization principles of production processes. Non-conventional machines cannot be conceived of without self-diag-

nosis; they will likewise be assisted by optimum systems able to adjust the parameters and communicate with the operators.

Obviously, one can mention some new ways of materials processing in the field of non-conventional technology as well. Abrasive jet machining, with attractive advantages as compared to classical cutting procedures, the development of laser machining by finding the optimum processing wavelength — hence, for almost every material, another laser active medium; mechanical and electromagnetic explosion machining requires industrial machines to be designed for such technologies; deep underwater, water jet, zero-g and/or high vacuum processing, metal coatings by electron-beam and microwave techniques, laser-electron beam combinations, nuclear irradiation processing and even the controlled use of nuclear energy. But, perhaps, over all this, the prospects of biological technologies arise. Once the technologies of obtaining metals via biological means have started being applied, we shall also have to imagine other ways of using this unusual power, bearing in mind that most biological applications require non-conventional technologies, e.g. cutting of genes, sectioning of ADN chains, welding, implanting.

Prospects should also be supplemented with a technical-organizational side. Recent advances have particularly included non-conventional technological processes and, to a much smaller degree, those processes which as a whole comprise control, handling, conditioning etc. operations, commonly known as logistics of non-conventional technologies. The non-conventional technological process can be regarded as a structure — a manner of disposing parts making up a whole. Mathematically parts are called elements, „a whole" is referred to as a set, and the way of disposing them expresses the relations existing between elements. Structures may be of various types, but each structure type determines certain properties of the set. If the structure type is known beforehand, the propreties of the set will be implicitly known such that, on this basis, a series of problems can be solved conjointly, without requiring individual research work. We need such structures regarding electroerosion, electrochemical, ultrasonic, laser, electron-beam, explosion etc. machining, that should synthesize the highly valuable experience gained in these fields by research workers belonging to the schools of Timişoara, Bucharest, Braşov, Sibiu, Jassy, Craiova a.s.o. and allow a machine to be supplied together with a stock of manufacturing technologies. In this conjunction, it is imperative to set up banks of data for the non-conventional technologies applied in Romania.

We process materials and the world is now amazed at the advances of science, but the amazament is actually caused by the scientific truth and technological achievements. These achievements convert image into reality, just as experience is transformed into genuine knowledge.

Acknowledgement

The author wishes to thank Dr. Elena Lazu for help received in translating this paper into English.

Asupra izvoarelor și rezultatelor științifice ale tehnologiilor convenționale

Lucrarea, care reprezintă comunicarea la cea de a IV-a Sesiune de Comunicări științifice în domeniul Tehnologiilor neconvenționale, descrie în evoluție istorică elementele constitutive ale tehnologiei transformării materialelor. Se prezintă ecuațiile prelucrării materialelor în macrovolume, minivolume și respectiv în microvolume. Se propune o relație de tip incertitudine a proceselor tehnologice între abaterile compoziției, structurii și formei geometrice sub forma : $\Delta C \cdot \Delta S \Delta F \geqslant \frac{D}{M}$ în care constanta de incertitudine D are valoarea $D \cong 10^{-16}\ |Js^2/m| \cong \cong \frac{hN_0}{C}$ (h constanta lui Planck, N_0 numărul lui Avogadro, c viteza luminii în vid). Perspectivele tehnologiilor neconvenționale sînt analizate prin prisma necesităților moderne de tehnomasă.

C.Z. : 62—752
517.983.5
531.32

ANALIZA MODALĂ EXPERIMENTALĂ PRIN O METODĂ MODIFICATĂ A DEFAZAJELOR CARACTERISTICE

M. RADEȘ *

Pe baza unei noi formulări a teoriei defazajelor caracteristice, în lucrare se prezintă o metodă de estimare a parametrilor modelului modal al unei structuri liniare. Utilizînd toată informația din matricea funcțiilor de răspuns în frecvență, determinată experimental, se obțin estimări globale ale parametrilor modali. Se dă un exemplu de simulare numerică a aplicării metodei la analiza modală a unui sistem puternic amortizat.

1. Teoria metodei

Se consideră că structura reală poate fi modelată de un sistem liniar discret cu N grade de libertate, a cărui ecuație de mișcare are forma

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{f\} \tag{1}$$

unde $[M]$, $[C]$ și $[K]$ sînt respectiv matricea de inerție, de amortizare și de rigiditate, $\{q(t)\}$ este vectorul deplasărilor iar $\{f(t)\}$ este vectorul excitației.

O distribuție $\{f\} = \{\hat{f}\}\,e^{i\omega t}$ de N forțe echifazice armonice produce în cele N puncte răspunsul $\{q\} = \{\tilde{q}(\omega)\}\,e^{i\omega t}$. Relația (1) devine

$$([K] - \omega^2[M] + i\omega[C])\,\{\tilde{q}(\omega)\} = \{\hat{f}\}. \tag{2}$$

Matricea funcțiilor de răspuns în frecvență

$$[H(\omega)] = [H^R(\omega)] + i[H^I(\omega)] = [[K] - \omega^2[M] + i\omega[C]]^{-1} \tag{3}$$

se măsoară experimental. Cu notația (3), ecuația (2) devine

$$\{\tilde{q}(\omega)\} = [H(\omega)]\,\{\hat{f}\}. \tag{4}$$

Pentru fiecare valoare a pulsației excitatoare ω, există N distribuții de forțe echifazice $\{\hat{f}\} = \{\Gamma_\omega^{(r)}\}$ care produc răspunsuri de forma

* Conf. dr. ing., catedra Rezistența materialelor

$\{\tilde{q}(\omega)\} = \{\Phi_\omega^{(r)}\} e^{i\varphi_r(\omega)}$ în care deplasările sînt echifazice dar defazate cu unghiul $\varphi_r(\omega)$ față de forțe ($r = 1, \ldots, N$) [1]. Este util să se noteze

$$\{\Gamma_\omega^{(r)}\} = z\{F_\omega^{(r)}\} \tag{5}$$

unde $z_r(\omega)$ este un factor de normare, astfel încît vectorii reali $\{\Phi_\omega^{(r)}\}$ și $\{F_\omega^{(r)}\}$ să aibă primul element egal cu unitatea.

Dacă $\cos\varphi_r \neq 0$, atunci defazajele caracteristice $\varphi_r(\omega)$ și vectorii modurilor forțate de solicitare $\{F_\omega^{(r)}\}$ se determină rezolvînd problema de rădăcini latente ale unui fascicol de matrice

$$([H^I(\omega)] - \operatorname{tg}\varphi_r(\omega)[H^R(\omega)])\{F_\omega^{(r)}\} = \{0\}, \ (r = 1, \ldots, N) \tag{6}$$

pentru diferite valori ω.

Vectorii modurilor de distorsiune $\{\Phi_\omega^{(r)}\}$ ca și factorii de normare $z_r(\omega)$ se calculează din relațiile

$$[[H^R(\omega)]\cos\varphi_r + [H^I(\omega)]\sin\varphi_r]\{F_\omega^{(r)}\} = \frac{1}{z_r}\{\Phi_{\omega r}\},$$
$$(r = 1, \ldots, N). \tag{7}$$

Cînd $\omega = \omega_r$, $\cos\varphi_r = 0$, $\varphi_r = -90°$, modul de distorsiune $\{\Phi_{\omega r}^{(r)}\}$ ia forma modului normal de vibrație $\{\Psi_{(r)}\}$ al sistemului conservativ asociat, care satisface problema de valori proprii

$$([K] - \omega^2[M])\{\Psi^{(r)}\} = \{0\}, \quad (r = 1, \ldots, N). \tag{8}$$

Modul forțat de solicitare $\{F_{\omega r}^{(r)}\}$ ia forma modului principal de solicitare $\{\hat{\mathfrak{F}}^{(r)}\}$ care la pulsația ω_r produce vibrația în modul $\{\Psi^{(r)}\}$

$$\{\hat{\mathfrak{F}}^{(r)}\} = \frac{1}{z_r}\omega_r[C]\{\Psi^{(r)}\}, \quad (r = 1, \ldots, N). \tag{9}$$

Se stabilesc următoarele relații de ortogonalitate

$$\begin{aligned} \{\Gamma_\omega^{(r)}\}^T[H^R(\omega)]\{\Gamma_\omega^{(s)}\} &= 0, \\ \{\Gamma_\omega^{(r)}\}^T[H^I(\omega)]\{\Gamma_\omega^{(s)}\} &= 0, \end{aligned} \qquad r \neq s. \tag{10}$$

Se notează β_r, respectiv α_r, partea reală și cea imaginară a obstructanței modale complexe:

$$\begin{aligned} \beta_r &= \{\Gamma_\omega^{(r)}\}^T[H^R(\omega)]\{\Gamma_\omega^{(r)}\} = \frac{1}{\pi} W_I(\omega), \\ \alpha_r &= -\{\Gamma_\omega^{(r)}\}[H^I(\omega)]\{\Gamma_\omega^{(r)}\} = \frac{1}{\pi} W_R(\omega), \end{aligned} \tag{11}$$

unde W_R și W_I sînt componentele reală și imaginară ale energiei modale complexe transmise sistemului de excitație $\{\Gamma_\omega^{(r)}\}$ într-un ciclu de vibrație.

Se stabilesc relațiile

$$\cos\varphi_r = \frac{\beta_r}{\sqrt{\alpha_r^2 + \beta_r^2}} = \frac{W_I}{\sqrt{W_R^2 + W_I^2}},$$

$$\sin\varphi_r = -\frac{\alpha_r}{\sqrt{\alpha_r^2 + \beta_r^2}} = \frac{W_R}{\sqrt{W_R^2 + W_I^2}}. \tag{12}$$

Rezultă că $\sin\varphi_r$ este o măsură a energiei modale active, reprezentînd energia disipată, în timp ce $\cos\varphi_r$ este o măsură a energiei modale reactive, care se anulează la rezonanța de fază [2].

Masele modale m_r și coeficienții de amortizare modali c_{rr} se calculează cu relațiile

$$\left.\frac{d\beta_r}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_r} = -2\omega_r m_r, \quad \alpha_r|_{\omega=\omega_r} = \omega_r c_{rr}. \tag{13}$$

Coeficienții de amortizare modali nediagonali c_{rs} rezultă din relația

$$c_{rs} = \frac{1}{\omega_r}\{\Psi^{(s)}\}^T\{\hat{\mathbb{F}}^{(r)}\}\, z_r(\omega_r). \tag{14}$$

Dacă în vecinătatea pulsației ω_r panta diagramei $\beta_r(\omega)$ are o variație pronunțată, atunci se recomandă utilizarea diagramei $\cos\varphi_r(\omega)$ și a relației

$$\left.\frac{d(\cos\varphi_r)}{d\omega}\right|_{\omega_r} = -\frac{2m_r}{c_{rr}}, \tag{15}$$

în care c_{rr} rezultă din (14) pentru $s = r$.

2. Metodologia de calcul

Pe baza noii formulări a teoriei defazajelor caracteristice, analiza modală experimentală a unei structuri se face în următoarele etape:

1) Utilizînd matricele $[H^R(\omega)]$ și $[H^I(\omega)]$ determinate experimental la valori discrete ale pulsației perturbatoare ω, se rezolvă problema de rădăcini latente (6) pentru fiecare ω. Se obține $\mathrm{tg}\varphi_r(\omega)$ și $\{F_\omega^{(r)}\}$ pentru $r = 1, \ldots, N$, apoi $\varphi_r(\omega)$.

2) Se calculează $\{\Phi_\omega^{(r)}\}$ și $z_r(\omega)$ pentru $r = 1, \ldots, N$, din relația (7).

3) Se calculează modulul obstructanței modale

$$\sqrt{\alpha_r^2 + \beta_r^2} = z_r(\omega)\{F_\omega^{(r)}\}^T\{\Phi_\omega^{(r)}\} \tag{16}$$

apoi componentele sale vectoriale

$$\alpha_r = -\sqrt{\alpha_r^2 + \beta_r^2}\,\sin\varphi_r,$$

$$\beta_r = \sqrt{\alpha_r^2 + \beta_r^2}\,\cos\varphi_r.$$

4) Se trasează graficele funcțiilor $\alpha_r = \alpha_r(\omega)$ și $\beta_r = \beta_r(\omega)$.

5) Se determină pulsațiile proprii neamortizate ω_r la intersecția diagramelor $\beta_r(\omega_r)$ cu axa absciselor.

6) Se măsoară panta fiecărei diagrame $\beta_r(\omega)$ în punctul de abscisă ω_r și se calculează masa modală m_r din prima relație (13).

7) Să măsoară $\alpha_r(\omega_r)$ și se calculează coeficienții de amortizare modali diagonali c_{rr} din a doua relație (13).

8) Se determină matricele $[H^R(\omega_r)]$ și $[H^I(\omega_r)]$ prin interpolare, pe baza datelor determinate experimental, sau efectuînd o altă serie de măsuri la pulsațiile $\omega_r (r = 1, \ldots, N)$.

9) Se calculează $\{\hat{\mathcal{F}}^{(r)}\} \equiv \{F^{(r)}_{\omega_r}\}$ și $\{\Psi^{(r)}\} \equiv \{\Phi^{(r)}_{\omega_r}\}$, apoi din relațiile (14) se obțin coeficienții de amortizare modali nediagonali c_{rs}.

10) Dacă diagramele $\beta_r(\omega)$ au variații mari de pantă în vecinătatea pulsațiilor ω_r, se determină c_{rr} înlocuind $s = r$ în formula (14), apoi masele modale se calculează din (15), pe baza valorii pantelor diagonale $\cos\varphi_r(\omega)$.

Cazul utilizării unui model modal incomplet va fi tratat într-o lucrare ulterioară.

3. Simulare numerică

Fie sistemul cu două grade de libertate din figura 1, la care $M_1 = M_2 = 0{,}0259$ kg, $K_1 = K_3 = 100$ N/m, $K_2 = 50$ N/m, $C_1 = 3$ Ns/m, $C_2 = 2$ Ns/m si $C_3 = 1$Ns/m. Diagramele polare ale funcțiilor de răspuns în frecvență sînt date în figura 2.

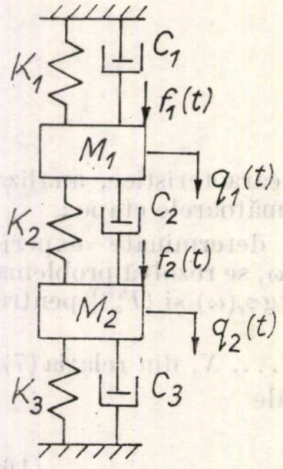


Fig. 1

Sistemul are amortizare neproporțională. Al doilea mod de vibrație fiind amortizat supracritic, diagramele polare ale răspunsului în fecvență au o singură buclă. Determinarea numărului gradelor de libertate și localizarea pulsațiilor de rezonanță nu se pot face cu metodele uzuale de analiză modală experimentală.

Pentru $\omega = 50$ rad/s, mărimile necesare pentru calculul parametrilor modali sînt prezentate în tabelul 1. Repetînd calculele pentru pulsații în domeniul $10 - 150$ rad/s, se trasează diagramele componentelor vectoriale ale obstructanțelor modale (Fig. 3).

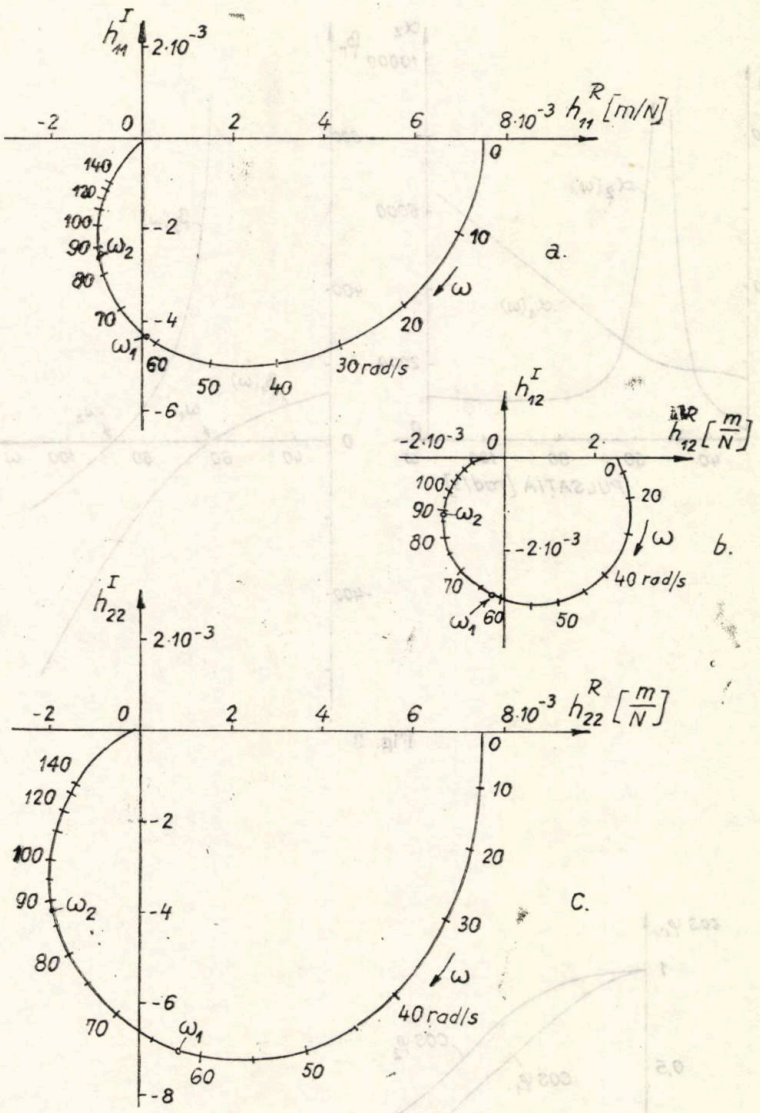


Fig. 2

În figura 4 se prezintă și graficele funcțiilor $\cos\varphi_r(\omega)$.

La intersecția diagramelor $\beta_r(\omega)$ cu axa absciselor se determină pulsațiile proprii neamortizate ale sistemului $\omega_1 = 62{,}129$ rad/s, $\omega_2 = 87{,}863$ rad/s. Se măsoară pantele $\left.\frac{d\beta_1}{d\omega}\right|_{\omega_1} = -6{,}438$ și $\left.\frac{d\beta_2}{d\omega_2}\right|_{\omega_2} = -9{,}105$. Din prima realație (13) rezultă masele modale $m_1 = m_2 = 0{,}0518$ kg. Celelalte mărimi modale sînt date în tabelul 2.

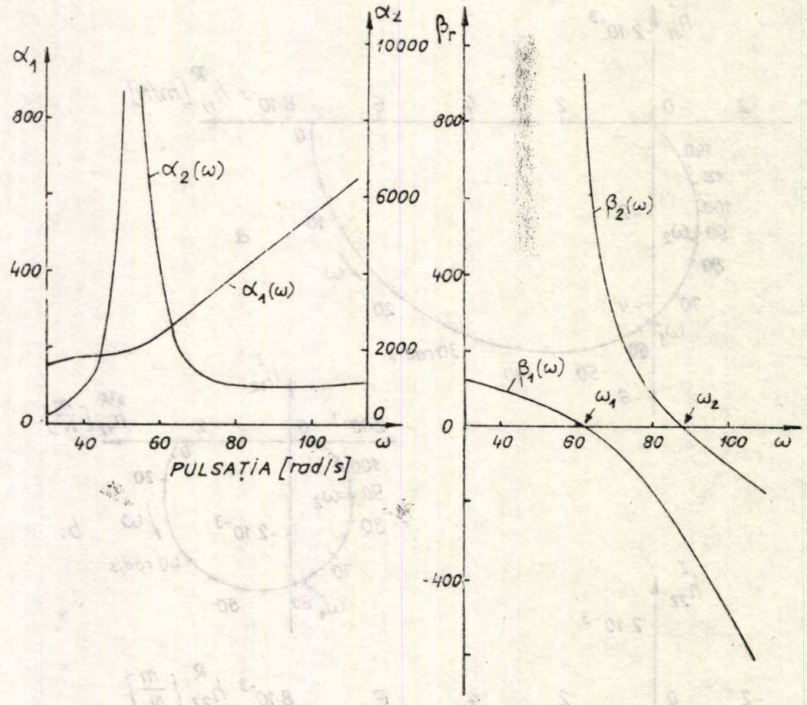

α1
800
400
0
α2(ω)
α1(ω)
α2
10000
6000
2000
0
40
60
80
100
ω
PULSAȚIA [rad/s]
βr
800
400
0
-400
β2(ω)
β1(ω)
ω1
ω2
40
60
80
100
ω

Fig. 3

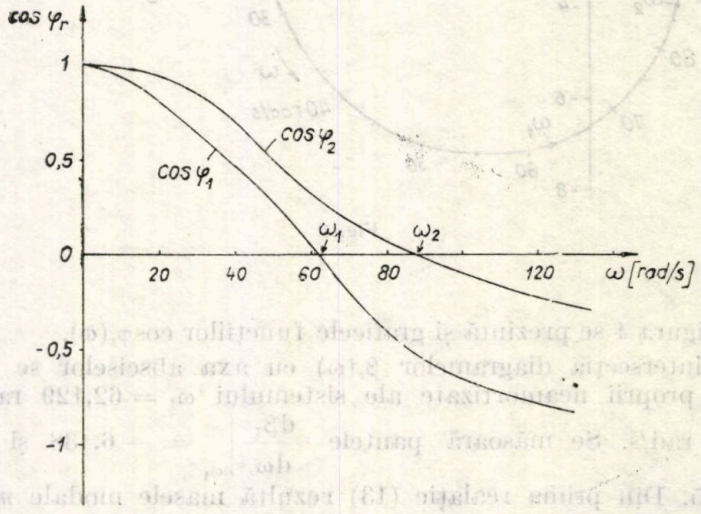

cos φr
1
0,5
0
-0,5
-1
cos φ2
cos φ1
ω1
ω2
20
40
60
80
120
ω [rad/s]

Fig. 4

Tabelul 1

	Modul I	Modul II
	$\omega = 50$ rad/s	
$[H^R(50)]$	$\begin{bmatrix} 1,527445 & 1,159636 \\ 1,159636 & 3,722972 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$	
$[H^I(50)]$	$\begin{bmatrix} -4,978989 & -3,169545 \\ -3,169545 & -7,050770 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$	
$\operatorname{tg} \varphi_r$	$-3,316186$	$-1,740439$
$\varphi_r(50)$	$-73,219°$	$-60,119°$
$\{F_{50}^{(r)}\}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ -0,127665 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ -2,0156576 \end{Bmatrix}$
$z_r(50)$	209,30117	$-615,06069$
$\{\Phi_{50}^{(r)}\}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ 0,496116 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ 7,832994 \end{Bmatrix}$
α_r	187,69647	7886,7733
β_r	56,600095	4531,4836

Tabelul 2

	Modul I	Modul II
ω_r	62,129	87,863
$\{\Psi^{(r)}\}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix}$
$\{\hat{\mathbf{F}}^{(r)}\}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ 1/3 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ -5/7 \end{Bmatrix}$
m_r	20/386	20/386
k_r	200	400
$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 12 \end{bmatrix}$	
$z_r(\omega_r)$	186,3867	615,04473

Se observă că diagrama $\beta_1(\omega)$ are variaţie mare a pantei în vecinătatea pulsaţiei ω_1. Dacă se calculează panta din expresia $\frac{\Delta\beta_1}{\Delta\omega}$ pentru $\Delta\omega = (63 - 62)$ rad, rezultă $\left.\frac{\Delta\beta_1}{\Delta\omega}\right|_{\omega_1} = -6,593$, deci o eroare de 2,4 %. Utilizînd diagrama $\cos\varphi_1(\omega)$, un calcul similar efectuat pe baza valorilor determinate experimental la pulsaţiile 62 rad/s, respectiv 63 rad/s, duce la valoarea $\left.\frac{\Delta\cos\varphi_1}{\Delta\omega}\right|_{\omega_1} = -0,0258966$ faţă de valoarea exactă $\left.\frac{d\cos\varphi_1}{d\omega}\right|_{\omega_1} = -0,0259067$, deci o eroare de numai 0,04 %. Totuşi valorile maselor modale calculate din relaţia (15) depind de precizia determinării coeficienţilor de amortizare modali c_{rr}, deci se impune o măsurare precisă a valorilor $\alpha_r(\omega_r)$.

4. Concluzii

Simulările numerice au dovedit că metoda expusă în lucrare este adecvată pentru estimarea parametrilor modali ai sistemelor cu amortizare neproporţională, atît în cazul existenţei unor moduri amortizate supracritic, cît şi în cazul unei densităţi modale mari. Determinarea ordinului modelului se face prin analiza componentelor principale ale matricei funcţiilor răspunsului în frecvenţă [3].

Dezavantajul volumului mare de calcule, necesar pentru rezolvarea problemei de rădăcini latente ale fasciculului matricelor răspunsului în

frecvenţă la fiecare valoare a pulsaţiei perturbatoare, este compensată de precizia metodei şi de posibilitatea obţinerii unor estimări globale ale parametrilor modali.

BIBLIOGRAFIE

1. *B. F. de Veubeke*, Déphasages caractéristiques et vibrations forcées d'un système amorti, Acad. R. Belgique, Bull. Classe Sciences, 5e série, vol. 34, p. 626—641 (1948).
2. *M. Radeş*, Metode dinamice pentru identificarea sistemelor mecanice, Editura Academiei R. S. România, Bucureşti, 1979.
3. *H. Vold, J. Leuridan*, A generalized frequency domain matrix estimation method for structural parameter identification, 7th Seminar on Modal Analysis, Kath. Univ. Leuven, 15—17 Sept. 1982.

Experimental Modal Analysis Using the Extended Method of Characteristic Phase Lags

Based on a new formulation of the characteristic phase lags theory, a procedure for extraction of modal parameters from experimental data is presented. Utilizing the whole information contained in the matrix of frequency response functions, global estimates of modal parameters are obtained. Application of the method is illustrated by a numerical simulation example for a heavily damped simple model.

C.Z. : 621.9 : 621.833

EXECUTAREA DANTURII ROȚILOR DINȚATE CILINDRICE PRIN RULARE LA CALD

GH. CALEA, C. IONESCU *

În lucrare se tratează principalele probleme care trebuie rezolvate pentru aplicarea procedeului de rulare a danturii la cald, cum ar fi : determinarea dimensiunilor semifabricatului inițial, alegerea corectă a regimului de încălzire și determinarea forțelor necesare deformării materialului în vederea dimensionării mecanismelor mașinii unelte.

1. Introducere

Datorită unor cereri din ce în ce mai mari de roți dințate, de către diferite ramuri industriale, în țări cu mare potențial industrial se elaborează și se introduc în producție metode noi de fabricare a acestor produse, la care executarea profilului dinților nu se face prin așchiere, ci prin rulare la rece sau la cald.

Prima variantă se aplică numai pentru module mici, iar a doua, cea pe care o avem în vedere, oferă mai multe posibilități de utilizare, la care se adaugă și o creștere considerabilă a productivității. Mașina unealtă utilizată în acest scop este prevăzută cu o instalație universală pentru încălzirea semifabricatului prin inducție magnetică.

Principalele probleme care trebuie rezolvate pentru aplicarea procedeului de rulare a danturii la cald sînt :

— determinarea dimensiunilor semifabricatului inițial ;

— alegerea corectă a regimului de încălzire ;

— determinarea forțelor necesare deformării materialului în vederea dimensionării mecanismelor mașinii unelte utilizate.

2. Determinarea diametrului semifabricatului inițial

Alegerea corectă a dimensiunilor semifabricatului inițial constituie una din problemele principale, de rezolvarea căreia depinde calitatea produselor obținute.

* Conf. dr. ing. ; Șef lucrări ing. catedra Tehnologia Materialelor și Sudură

Diametrul semifabricatului se determină folosind condiția egalității volumului de metal care se deplasează din golurile dintre dinți spre vîrfurile acestora în timpul rulării (fig. 1).

S-au obținut rezultate bune utilizînd pentru determinarea diametrului semifabricatului relația :

$$D_s = \frac{D_e + D_i}{2} + (0{,}3 \div 0{,}4)\ \text{m} \qquad (1)$$

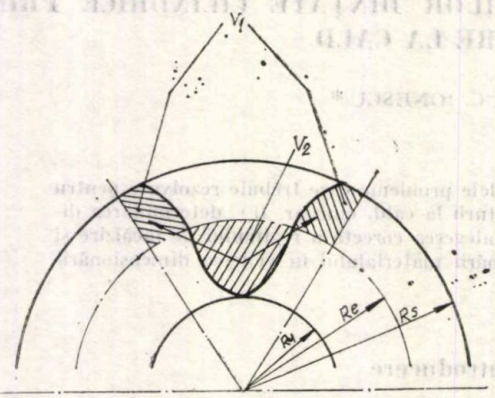


Fig. 1 — Determinarea diametrului semifabricatului.

în care : D_s este diametrul semifabricatului inițial ;

D_e — diametrul exterior al roții dințate ;

D_i — diametrul interior ;

m — modulul roții dințate.

3. Încălzirea semifabricatului în vederea rulării danturii

Pentru ca semifabricatul să nu se deformeze în toată masa sa în timpul rulării, este necesar ca încălzirea să se realizeze numai la exterior, pe o adîncime corespunzătoare înălțimii dintelui.

3.1. *Încălzirea prin inducție electromagnetică*

La acest procedeu grosimea stratului încălzit depinde de frecvența curentului, permeabilitatea magnetică a materialului semifabricatului și de rezistența lui electrică. Această grosime se poate determina utilizînd relația :

$$h = 5030 \sqrt{\frac{\rho}{\nu \cdot \mu}} \qquad (2)$$

în care : h este grosimea stratului încălzit ;

ρ — rezistivitatea electrică a semifabricatului ;

ν — frecvența curentului electric ;

μ — permeabilitatea magnetică.

În cazul oțelurilor, permeabilitatea magnetică variază foarte mult cu schimbarea temperaturii. La temperaturi sub punctul Curie, permeabilitatea magnetică este mai mare, iar sub acest punct ea scade foarte mult. Din acest motiv și adîncimea de pătrundere a cîmpului magnetic în semifabricat variază cu temperatura.

Dacă în relația (2) se consideră valorile medii pentru rezistivitatea (ρ) și permeabilitatea (μ) în cazul semifabricatelor din oțel, rezultă relația practică de calcul a frecvenței :

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^5}{h^2} \quad \text{(Hz)} \tag{3}$$

În cazul rulării se recomandă ca încălzirea să fie realizată pe adîncimea de $h = 2\text{m}$. Relația de calcul (3) a frecvenței curentului electric, funcție de modulul roții dințate, ia forma :

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^5}{(2\text{m})^2} \text{ (Hz)} \tag{4}$$

Frecvența optimă a curentului se alege în așa fel încît randamentul instalației de încălzire să fie cît mai mare. Variația randamentului (η) instalației, în funcție de raportul $D/2\text{m}$ (D fiind diametrul semifabricatului și 2m adîncimea de pătrundere a cîmpului magnetic), este dată în figura 2.

Din graficul din fig. 2 rezultă randamentul maxim al instalației de încălzit pentru $D/2\text{m} > 3$. Frecvența curentului electric se alege în așa fel încît :

$$3 < \frac{D}{2\text{m}} < 6 \tag{5}$$

Echipamentul electric va consta din sursa de medie frecvență care alimentează inductorul prin intermediul unui transformator de adaptare,

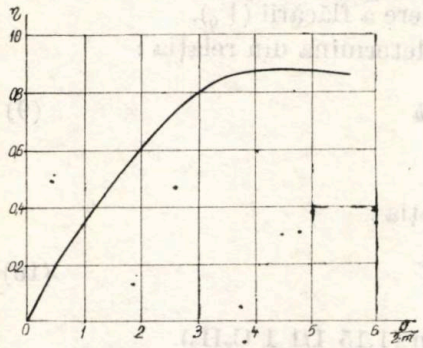


Fig.2 — Variația randamentului instalației în funcție de raportul D/2m.

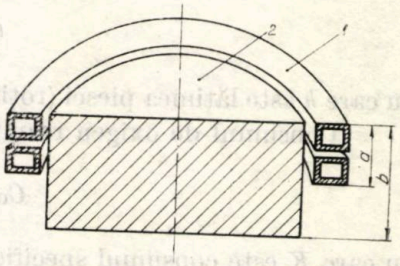


Fig. 3 — Geometria inductorului. 1 — inductor; 2 — piesă

acesta avînd rolul de a transmite puterea de la sursă la sistemul de încălzire cu un randament cît mai bun.

Determinarea puterii generatorului de alimentare se face utilizînd relația :

$$P_G = p \cdot A_{med} \tag{6}$$

unde : p este puterea specifică în kW/m^2;
A_{med} — aria medie de încălzire în cm^2.

Geometria inductorului rezultă din fig. 3. Între dimensiunea „a" a inductorului și lățimea „b" a indusului (piesa) există relația :

$$a = b - 2k \tag{7}$$

în care K are valori cuprinse între 2 și 5 mm.

Viteza de avans a piesei în timpul încălzirii rezultă utilizînd relația :

$$V = \frac{a}{t_i} \quad \text{(mm/s)} \tag{8}$$

în care t_i este timpul de încălzire unitar.

3.2. *Încălzirea semifabricatelor cu flacără*

Această metodă se bazează pe încălzirea rapidă a stratului superficial sub acțiunea de scurtă durată a unei flăcări produse de arderea unui combustibil gazos în oxigen. Cel mai des se utilizează flacăra oxiacetilenică a cărei temperatură ajunge la circa 3150°C.

Suprafața pe care se proiectează flacăra poate fi încălzită pînă la 1200°C.

Durata de încălzire este de circa 10...15 secunde la următorii parametri ai amestecului de gaz : oxigen la presiunea de 5,6 atm. și debitul de 53 dm^3/piesă; gaz combustibil la presiunea de 1,3 atm. și debitul de 17 dm^3/piesă.

Adîncimea de încălzire crește odată cu micșorarea distanței dintre arzător și piesă (obișnuit 8—12 mm) și viteza de rotație a piesei. Pornind de la adîncimea de încălzire optimă și de la grosimea piesei se determină viteza de rotație a piesei și puterea de ardere a flăcării (V_0).

Consumul de acetilenă C_A se poate determina din relația :

$$C_A = V_0 \cdot h \tag{9}$$

în care h este lățimea piesei (roții dințate).

Consumul de oxigen rezultă din relația :

$$C_{O_2} = C_A \cdot K \tag{10}$$

în care K este consumul specific de oxigen (1,15 1/1 1 C_2H_2).

Pornind de la puterea de ardere a flăcării se determină din tabele diametrul și numărul (n) al orificiilor arzătorului, diametrul injectorului de oxigen și presiunea oxigenului (vezi tabelele 1 și 2).

Tabelul 1

Puterea de ardere a flăcării V_0 în l/h	Diametrul orificiului d_a în mm	Nr.. de orificii n
460—620	1,0	h/250

Tabelul 2

Consum de oxigen C_{O_2} în l/h	1500—2500	2400—3500	3300—5600
Diametrul injectorului d_0 în mm	1,0	1,2	1,5

4. Determinarea forțelor necesare deformării materialului

În vederea dimensionării subansamblelor mașinilor unelte utilizate la executarea prin rulare la cald a danturii roților dințate sînt necesare elementele :

— presiunea specifică ;
— forța de deformare ;
— momentul de torsiune care ia naștere în timpul rulării.

Forțele care acționează asupra semifabricatului cînd procesul de deformare este deja stabilizat, sînt reprezentate în figura 4.

Asupra sculelor dințate acționează forța normală (N) și forța tangențială (T), rezultanta (R) a celor două forțe trecînd prin centrul semifabricatului.

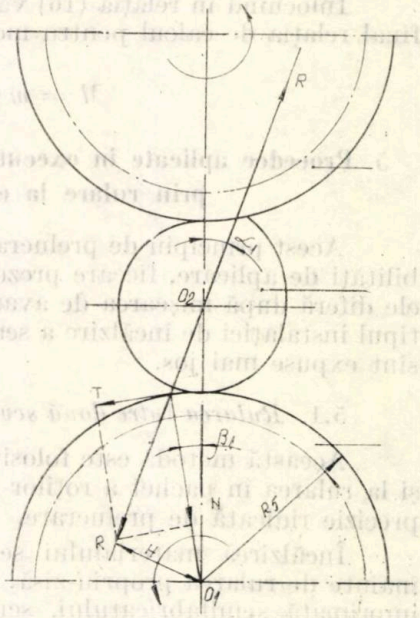


Fig. 4 — Forțele care iau naștere în timpul rulării 1 — scule ; 2 — semifabricat.

Forța normală (N) fiind de fapt însumarea forțelor elementare raportate la unitatea de suprafață a zonei de deformare, rezultă conform relației :

$$N = A \cdot p_m \qquad (11)$$

în care : A este suprafața de contact în zona de deformare ;

p_m — presiunea specifică medie în zona de deformare.

Din figura 4 rezultă :

$$R = \frac{N}{\cos(\beta_1 + \alpha_1)} \qquad (12)$$

Unghiurile β_1 și α_1 (corespunzător zonei de contact), avînd valoare mică, se poate aproxima : $R = N$, rezultînd :

$$R = A \cdot p_{med} \qquad (3)$$

Practic se recomandă pentru calculul rezultantei forțelor necesare deformării materialului în cazul rulării la cald a danturii roților dințate relația :

$$R = m \cdot l \cdot p_m(b + 0{,}5\ \mathrm{m}) \qquad (14)$$

în care : l este lungimea maximă a suprafeței de contact în proiecție orizontală, dintre dinții sculei și semifabricat;
b — lățimea roții;
m — modulul danturii.

Presiunea specifică medie (p_m), în cazul deformării la cald variază în limite foarte largi :

$$p_m = (0{,}5 \ldots 8)\, \sigma_r \tag{15}$$

în care σ_r este rezistența la tracțiune a materialului semifabricatului supus deformării.

Momentul de torsiune (M) necesar deformării materialului se determină cu relația :

$$M = R \cdot H \tag{16}$$

în care : R este rezultanta forțelor ce acționează asupra sculelor;
H — brațul forței R (fig. 4)

Înlocuind în relația (16) valoarea lui R calculată anterior rezultă în final relația de calcul pentru momentul de torsiune :

$$M = m \cdot 1 \cdot p_m(b + 0{,}4)H \tag{17}$$

5. Procedee aplicate în executarea danturii roților dințate cilindrice prin rulare la cald — scheme de principiu

Acest principiu de prelucrare a roților dințate oferă mai multe posibilități de aplicare, fiecare prezentînd avantaje caracteristice. În general ele diferă după mișcarea de avans a sculei sau a semifabricatului și după tipul instalației de încălzire a semifabricatului. Cîteva din aceste procedee sînt expuse mai jos.

5.1. *Rularea între două scule-roată cu avans axial al semifabricatului.*

Această metodă este folosită atît la obținerea arborilor canelați, cît și la rularea în pachet a roților dințate de modul mic care nu necesită o precizie ridicată de prelucrare.

Încălzirea materialului se face cu inductori de medie frecventă înainte de rularea propriu-zisă. Avînd în vedere mișcarea de avans axial imprimată semifabricatului, sculele teșite în partea de atac pentru a permite o deformare treptată și constantă a semifabricatului (fig. 5).

5.2. *Rularea între trei scule -roată cu avansul axial al semifabricatului*

Procedeul prezentat în fig. 6, este analog celui anterior, cu deosebirea că sînt trei scule-roată (role-sculă) ale căror axe formează între ele unghiuri de 120°. Semifabricatul execută o mișcare de avans axial, paralel cu a sculelor, trecînd prin cîmpul electric de frecvență dată al inductorului. Apoi este rulat cu ajutorul sculelor-roată. Procedeul poate fi extins pentru mai multe scule.

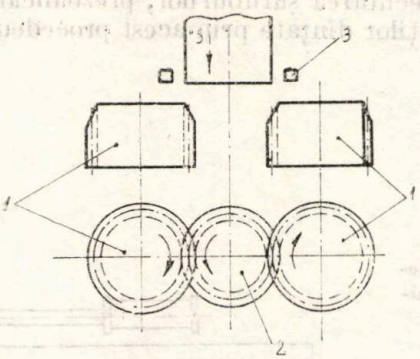


Fig. 5 — Schema rulării între două scule-roată cu avans axial al semifabricatului. 1 — scule; 2 — semifabricate; 3 — inductor

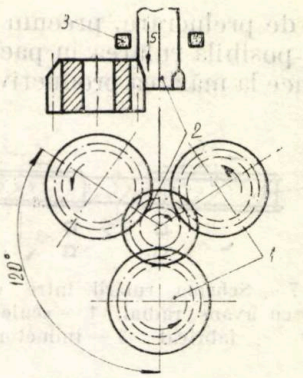


Fig. 6. — Schema rulării între trei scule-roată, 1 — scule; 2 — semifabricat; 3 — inductor.

5.3. *Rularea între două scule-roată cu avansul radial al acestora și încălzirea prin inducție în timpul procesului de rulare*

În cadrul acestei metode se realizează formarea danturii prin imprimarea profilului sculelor ce au avans radial față de semifabricat. Încălzirea semifabricatului se realizează printr-un inductor din tole de cupru. Pentru a limita curgerea laterală a materialului se atașează sculelor plăci laterale a în fig. 7.

5.4. *Rularea cu două scule-roată cu avans radial al sculelor și calibrarea semifabricatului între role netede*

Metoda aceasta de rulare elimină etapa de pregătire a semifabricatului, respectiv operația de prelucrare pe strunguri, obținîndu-se o productivitate mărită și o economie de timp, energie și muncă fizică. Este un procedeu ce caracterizează mașinile de rulat complexe. Procesul tehnologic al acestei metode se împarte în trei etape:

a) încălzirea superficială a semifabricatului printr-un inductor circular;

b) introducerea semifabricatului încălzit între rolele netede și rularea lui. Astfel se realizează pregătirea semifabricatului pentru danturare, prin obținerea profilului și a dimensiunilor exterioare;

c) rularea propriu-zisă prin care se obține profilul danturii (fig. 8).

5.5. *Rularea între scule-cremaliere*

Sculele constau din două cremaliere plane și paralele cu profil dințat care se mișcă simultan în sensuri opuse. Încălzirea semifabricatului este realizată prin inductor și are loc în tot timpul prelucrării.

Avansul semifabricatului este realizat prin forma înclinată a cremalierelor-scule (fg. 9). Această metodă se aplică la executarea axelor canelate și a roților dințate cu modul mic, care nu necesită o precizie ridi-

cată de prelucrare, precum și la executarea șuruburilor, prezoanelor, etc. Este posibilă rularea în pachet a roților dințate prin acest procedeu, ceea ce duce la mărirea productivității.

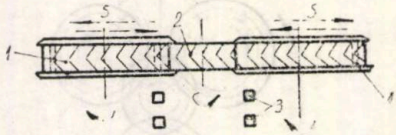


Fig. 7 — Schema rulării între două scule-roată cu avans radial. 1 — scule; 2 — semifabricat; 3 — inductor

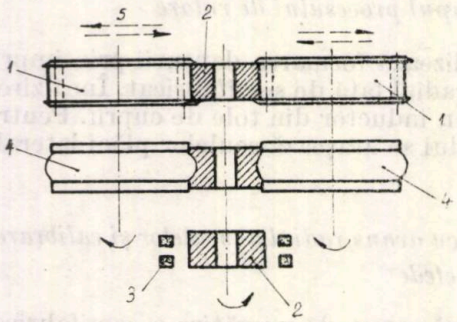


Fig. 8. — Schema rulării cu două scule-roată cu avans radial și pregătirea semifabricatului. 1 — scule; 2 — semifabricat; 3 — inductor; 4 — roată pentru calibrare

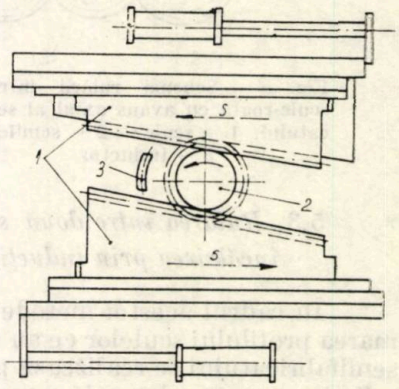


Fig. 9 — Schema rulării între scule-cremaliere. 1 — scule; 2 — semifabricat; 3 — inductor

6. Concluzii

Una din aplicațiile cele mai importante ale încălzirii prin inducție o constituie procedeul nou de execuție a roților dințate prin rulare la cald. Acest procedeu se extinde continuu, astfel încît a căpătat caracterul unui procedeu de bază în fabricarea roților dințate. Aceasta se explică prin cele trei avantaje esențiale pe care le prezintă acest procedeu față de metoda clasică de executare a roților dințate pe mașini speciale de danturat, și anume:

— calitatea superioară a produselor;
— productivitatea de cîteva ori mai mare;
— economii importante de material.

Calitatea îmbunătățită a roților dințate rulate la cald se datorește unui fibraj excepțional de favorabil, în lungul profilului dinților, rezultat din modul cum se desfășoară procesul deformării plastice. Fibrajul are

direcția profilului dinților iar structura în masa dinților are un grad înaintat de finețe.

Datorită structurii fine, fibrajului avantajos și realizării unor puternice tensiuni de compresiune superficială, aceste roți dințate prezintă o rezistență la oboseală și la solicitări de încovoiere mult mai mari decît a roților dințate executate prin așchiere.

Productivitatea mult mai mare a acestui procedeu de execuție a roților dințate este rezultatul duratei scurte a procesului tehnologic de rulare realizat prin încălzire inductivă, care poate fi mai ușor mecanizat sau automatizat. Timpul de încălzire a semifabricatului variază între 15 și 120 secunde (funcție de dimensiunile acestuia), iar rularea durează 15...30 secunde.

În general productivitatea acestui procedeu este de cel puțin 10...15 ori mai mare decît a celui convențional.

Economiile de material, apreciate la cca 40% față de procedeul clasic, sînt deosebit de importante, dacă se ține seama și de faptul că o mare parte din roțile dințate sînt executate din oțeluri aliate.

Precizia de execuție prin rulare la cald este corespunzătoare pentru o gamă largă de produse. Pentru obținerea unei precizii ridicate, dantura este supusă unei prelucrări mecanice de finisare.

BIBLIOGRAFIE

1. *G. Drăghici*, Tehnologia construcțiilor de mașini. Editura Didactică și Pedagogică, București 1977.
2. *A. Turno, M. Romanovschi*, Fabricarea prin deformare plastică a roților dințate și a pieselor danturate, Dusseldorf VDI Verlag 1971.
3. *Gh. Calea, L. Girleanu, F. Dumitrache*, Construcția de Mașini, nr. 4, 1982.

Execution of Cilindrical Gear Tooth by Heat Rolling Process

The paper describes the main difficulties to be solved out in applying tooth gear heat rolling process, such as : determination of initial semifab dimensions, correct selection of heating conditions and determination of forces required for deformation in order to size the mechanisms of the processing machine. The advantages of the process are also pointed out: the improved quality of the hot-rolled toothed gears is due to a better structure along tooth profile ; the efficiency is highly increased duo to the short duration of the rolling process by induction that can be easily automated ; the material saving of up to 40 % as against cutting process is also important due to fact that the toothed gears are made of alloy steels.

C.Z.: 621. 9—7

THE DETERMINATION OF OPTIMUM ADJUSTING SIZE AND PERIOD OF A MACHINING CYCLE

M. GHEORGHE, C. NEAGU, A. RĂDULESCU *

Taking into account the systematic and random errors, generated in the adjusting, machining and measuring processes, the general time and space variation law of the sizes, the technical and economic constraints imposed upon the adjustment process and the computational relations of the optimum adjusting size and machining cycle period are determined.

Also, the determination of the statistical parameters, a method of the adjustment check-up, based on the use of the Student test, and a practical example are presented.

1. Introduction

In order to determine the adjusting size of a technological system several relations, which take into consideration certain influencing factors, were reported by Sokolovski [1], Drăghici [2] and other authors.

In this paper, taking into account the systematic and random errors generated in the adjusting, machining and measuring processes, the general variation law of the sizes, the constraints imposed upon the adjustment and, on the basis of these, the computational relations of the optimum adjusting size and machining cycle period are determined. Then, a method of the adjustment check-up and a pratical example are presented.

2. The General Time and Space Variation Law of the Sizes

It is found experimentally that, when machining workpieces in technological systems adjusted to size, with respect to the initial adjusting size U_r the sizes U resulting from machining vary in time and space. The variation law is of a stochastic nature [3], with a deterministic constituent $U_r + \Delta$ and an aleatory component δ, i.e., $U = U_r + \Delta + \delta$, with $U_r = U(\vec{r}_0, \vec{u}_0)$,

$$\Delta = \Delta(\vec{r}, \vec{u}, T) \tag{1}$$

where $\vec{r}_0$ and $\vec{u}_0$ are the position vector of the point where the adjustment is performed and the directing vector of the adjusting direction, respectively, determined in relation to the system of basic adjustment; $\vec{r}$ and $\vec{u}$

* Lecturer Ph. D., Lecturer Ph. D.; Prof. Ph. D., Building Machines Dept.

are the position vector of the point where the measurement is made and the directing vector of the resulting size, respectively, determined in relation to the system of basic dimensioning; T is the machining time elapsed from starting the machining of the first workpiece up to size U is obtained; U_r is the initial adjusting size, measured at the position point $\vec{r}_0$, in the direction $\vec{u}_0$, at time $T = 0$; Δ is the systematic variation of size U with respect to the adjusting size U_r, at the point of position $\vec{r}$, in the direction $\vec{u}$, at time T, under the conditions of a given machining process; δ is the aleatory variation of resulting size; U is the effective value of resulting size at time T, obtained by measurement at the point of position $\vec{r}$, in the direction $\vec{u}$.

The quantities defining relation (1) have the following properties:

— the size U (diameter, length etc.) is a function whose end values (minimum and maximum) $U_{\min}$ and $U_{\max}$, respectively, are imposed a priori, being specified in the drawing of the workpiece, such that

$$U_{\min} \leqslant U \leqslant U_{\max} \tag{2}$$

— the size U_r, representing the initial adjusting size, is a constant;

— the variable Δ, generated by the systematic factors objectively interfering with the adjusting, machining and measuring processes, is, under the conditions of a given machining process, a known (determinable) function;

— the aleatory variable δ, generated by the inevitable random factors involved in the adjusting, machining and measuring processes, under the assumption of a normal distribution of zero mean and standard deviation σ, has the confidence interval $[-t\sigma, t\sigma]$ at time T, with probability P, respectively

$$-t\sigma \leqslant \delta \leqslant t\sigma \tag{3}$$

where t is the Student's t statistic, i.e., $t = t(P, GL)$, GL being the number of degrees of freedom of the statistic.

3. Tehnical and Economic Constraints Imposed upon the Adjustment to Size

Considering the characteristics of the quantities U_r, Δ and δ, it follows that the instantaneous confidence interval of the function U (Fig. 1) is, with a probability P, $[U_r + \Delta - t\sigma, U_r + \Delta + t\sigma]$, such that

$$U_r + \Delta - t\sigma \leqslant U \leqslant U_r + \Delta + t\sigma \tag{4}$$

For condition (2) to be satisfied, the general constraint

$$U_{\min} \leqslant U_r + \Delta - t\sigma \leqslant U_r + \Delta + t\sigma \leqslant U_{\max} \tag{5}$$

is imposed, the latter being equivalent to

$$U_{\min} + t\sigma \leqslant U_r + \Delta \leqslant U_{\max} - t\sigma \tag{6}$$

The constraints (6) imposed upon the deterministic constituent $U_r + \Delta$ also include the condition

$$2t\sigma \leqslant U_{\max} - U_{\min}$$

wich is to be satisfied by the aleatory variable δ, the accuracy of the technological system, respectively, in order to enable the machining in a system adjusted to size.

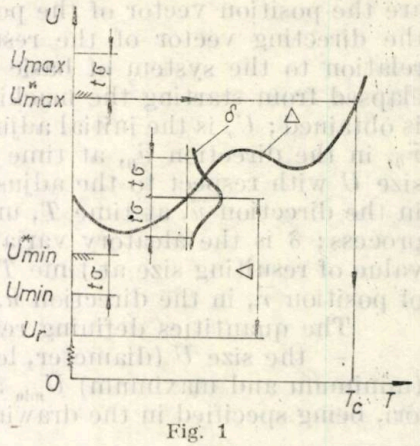


Fig. 1

The evolution of the dimensions of the workpiece of a batch, machined in a system adjusted to size, is part of a non-steady stochastic process, such that the confidence interval of the function U, for the same probability P, is a function of time. As the changes occuring in the process are slow in time and become manifest over small limits, the process can be regarded as quasi-steady. Under this assumption, for the end values of variable Δ, constraints (6) become

$$U_r + \Delta_{mi} \geqslant U_{\min} + t\sigma \text{ and } U_r + \Delta_{Mi} \leqslant U_{\max} - t\sigma \tag{8}$$

where Δ_{mi} and Δ_{Mi} represent the minima and maxima, respectively, of the function Δ such that [4]

$$\Delta_{mi} = \Delta(T_{mi}) \leqslant \Delta(0) \text{ and } \Delta_{Mi} = \Delta(T_{Mi}) \geqslant \Delta(0), \; i = 1, 2, \ldots \tag{9}$$

The extreme dimensions allowable during machining, $U^*_{\min}$ and $U^*_{\max}$, respectively, are defined as safety sizes, given by the relations

$$U^*_{\min} = U_{\min} + t\sigma, \; U^*_{\max} = U_{\max} - t\sigma \tag{10}$$

Taking account of this, constraints (8) become

$$U_r + \Delta_{mi} \geqslant U^*_{\min} \text{ and } U_j + \Delta_{Mi} \leqslant U^*_{\max}, \; i = 1, 2, \ldots \tag{11}$$

Relations (11) represent the technical constraints imposed upon the adjustment of the technological system to size.

From an economic point of view, it is necessary that the number of processed workpieces of the same adjustment to size should be the maximum possible one, for a given machinig process. This is equivalent to achieving a maximum period of the processing cycle, i.e.,

$$T_c = T_{c\,\max} \tag{12}$$

where the processing cycle period T_c represents (Fig. 1) the magnitude of the machining time consumed from the instant the machining of the first work-piece starts until one of the safety dimensions is obtained, a moment when the adjustment to size is to be performed again.

The determination of the adjusting size should be such performed as to satisfy both the technical (11) and economic (12) constraints. The quantities U_{r0} and T_{c0} of the adjusting size and of the period of the processing cycle, respectively, that determine the above mentioned technical and economic conditions, will be, conventionally, termed optimum adjusting size and optimum period of the processing cycle. It is obvious that the achieving of the optimum adjusting size U_{r0} implicitly leads to the achieving of the optimum period of the processing cycle, and reciprocally, i.e.,

$$U_r = U_{r0} \Leftrightarrow T_c = T_c \max = T_{c0} \tag{13}$$

4. Determination of Optimum Adjusting Size and Optimum Period of the Processing Cycle

On introducing the substitution $U - \delta = U^*$, relation (1) becomes

$$U^* = U_r + \Delta \tag{14}$$

The adjusting size in the solution for Eq (14) for a known pair (U^*, Δ) which, with a view to satisfying the technical and economic constraints (11) and (12), should be one of the pairs $(U^*_{\min}, \Delta_{mi})$, $(U^*_{\max}, \Delta_{Mi})$. Thus, in the general case [4, 5], the adjusting dimension U_r can be one of the values U_{rmi} or U_{rMi} given by the relations

$$U_{rmi} = U^*_{\min} - \Delta_{mi}, \; U_{rmi} = U^*_{\max} - \Delta_{Mi}, \; i = 1, 2, \ldots \tag{15}$$

The periods of the machining cycle T_{cmi} and T_{cMi} for the adjusting sizes U_{rmi} and U_{rMi} respectively, obviously are the minimum of the solutions for Eq. (14), solved in relation to T, for $U_r = U_{rmi}$ or $U_r = U_{rMi}$ and $U^* = U^*_{\min}$ or $U^* = U^*_{\max}$ and $\{T_{cmi}, T_{cMi}\} \neq \{T_{mi}, T_{Mi}\}$, i.e.,

$$\Delta(T) + U_{rmi} = U^*_{\min}, \; \Delta(T) + U_{rmi} = U^*_{\max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = T_{mi}, \; T_{mi1}, \; T_{mi2}, \ldots, \; i = 1, 2, \ldots, \tag{16}$$

$$\Delta(T) + U_{rMi} = U^*_{\min}, \; \Delta(T) + U_{rMi} = U^*_{\max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = T_{Mi}, \; T_{Mi1}, \; T_{Mi2}, \ldots, i = 1, 2, \ldots \tag{17}$$

$$T_{cmi} = \min\{T_{mi1}, \; T_{mi2}, \ldots\},$$

$$T_{cMi} = \min\{T_{Mi1}, \; T_{Mi2}, \ldots\} \tag{18}$$

For all adjustments defined by U_{rmi}, $i = 1, 2, \ldots$, and U_{rMi}, $i = 1, 2, \ldots$, the maxima T_{cm} and T_{cM} of the periods T_{cmi} and T_{cMi}, respectively, are further determined, i.e.,

$$T_{cm} = \max\{T_{cmi}\} \; i = 1, 2, \ldots,$$

$$T_{cM} = \max\{T_{cMi}\} \; i = 1, 2, \ldots \tag{19}$$

It can be demonstrated [4] that the optimum period of the machining cycle T_{c0} and the optimum adjusting size U_{r0} are

$$T_{c0} = \max \{T_{cm}, T_{cM}\} \tag{20}$$

and

$$U_{r0} = \begin{cases} U^*_{\max} - \Delta(T_{cm}), & \text{if } T_{cm} > T_{cM} \\ U^*_{\min} - \Delta(T_{cM}), & \text{if } T_{cM} > T_{cm} \end{cases} \tag{21}$$

respectively.

As has resulted from the above, the quantities U_{r0} and T_{c0} depend on the form of the functions Δ and the value of the safety interval $U^*_{\max} - U^*_{\min}$. Proceeding from the general calculation method (rels. 15, 16, ..., 21) the quantities U_{r0} and T_{c0} are further determined for several various functions Δ, taking account of the safety interval $U^*_{\max} - U^*_{\min}$.

4.1. *Monotone Δ functions*

In the case of the monotonely increasing functions Δ (Fig. 2), the adjustment to size is optimum with respect to $(U^*_{\min}, \Delta_m)$, $\Delta_m = \Delta(0)$, i.e.

$$U_{r0} = U^*_{\min} - \Delta_m \tag{22}$$

and T_{c0} corresponds to the intersection of the function Δ with $U^*_{\max}$, i.e.

$$\Delta(T) + U_{r0} = U^*_{\max} \Rightarrow T = T_{c0} \tag{23}$$

In the case of the monotonely decreasing functions Δ, the adjustment to size is optimum with respect to $(U^*_{\max}, \Delta_M)$, $\Delta_M = \Delta(0)$, i.e.,

$$U_{r0} = U^*_{\max} - \Delta_M \tag{24}$$

and T_{c0} corresponds to the intersection of the function Δ with $U^*_{\min}$, i.e.,

$$\Delta(T) + U_{r0} = U^*_{\min} \Rightarrow T = T_{c0} \tag{25}$$

In the case of the constant functions Δ, $\Delta(T) = \Delta_m = \Delta_M = \Delta_0 = \text{const}$, respectively, the adjustment is optimum with respect to any size U_k belonging to the safety interval, i.e.,

$$U_{r0} = U_k - \Delta_0, \text{ and } U^*_{\min} \leqslant U_k \leqslant U^*_{\max} \tag{26}$$

The following is recommended :

$$U_{r0} = \frac{U^*_{\min} + U^*_{\max}}{2} - \Delta_0 \tag{27}$$

The period T_{c0} is theoretically infinite. Indeed,

$$\Delta(T) + U_{r0} = U^*_{\min} \text{ and } \Delta(T) + U_{r0} = U^*_{\max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U^*_{\max} = U^*_{\min} \Leftrightarrow T_{c0} \to \infty \tag{28}$$

4.2. Non-monotone Δ functions

For convex Δ functions, where $\Delta_M = \Delta(0)$ and $\Delta_m = \Delta(T_m \neq 0)$, the following cases can be distinguished :

— if $U^*_{\max} - U^*_{\min} > \Delta_M - \Delta_m$, the adjustment is optimum with respect to $(U^*_{\min}, \Delta_m)$, i.e.,

$$U_{r0} = U^*_{\min} - \Delta_m \tag{29}$$

and T_{c0} corresponds to the intersection of the function Δ with $U^*_{\max}$, i.e.,

$$\Delta(T) + U_{r0} = U^*_{\max} \Rightarrow T = T_{c0},\ T \neq 0 \tag{30}$$

— if $U^*_{\max} - U^*_{\min} = \Delta_M - \Delta_m$, the adjustment is optimum with respect to any of the pairs $(U^*_{\max}, \Delta_M)$, $(U^*_{\min}, \Delta_m)$, i.e.,

$$U_{r0} = U^*_{\max} - \Delta_M \text{ or } U_{r0} = U^*_{\min} - \Delta_m \tag{31}$$

and T_{c0} corresponds to the intersection of the function Δ with $U^*_{\max}$, i.e.,

$$\Delta(T) + U_{r0} = U^*_{\max} \Rightarrow T = T_{c0},\ T \neq 0 \tag{32}$$

— if $U^*_{\max} - U^*_{\min} < \Delta_M - \Delta_m$, the determination of the quantities U_{r0} ad T_{c0} is performed as in the case of monotonely decreasing Δ functions, i.e., relations (24) and (25) are valid.

For concave Δ functions, the calculation of the quantities $U_{,0}$ and T_{c0} is similar to the one shown in the case of convex functions.

In the case of non-monotone functions with several variation intervals, where the minimum and the maximum of Δ is min Δ and max Δ, respectively, the quantities U_{r0} and T_{c0} are determined by following the general calculation method (see rel. 15, 16, ..., 21). Thus, for the example represented in Fig. 3, where $U^*_{\max} - U^*_{\min} < \max\Delta - \min\Delta$, there results

$$U_{r0} = U^*_{\max} - \Delta_{M2} \text{ and } T_{c0} = T_{M21} \tag{33}$$

where $\Delta_{M2} = \Delta(T_{M2})$, T_{M2} is the second maximum point of the function Δ and T_{M21} is the minimum of the solutions of the equations $\Delta(T) = \Delta_{M2}$, $\Delta(T) = \Delta_{M2} - (U^*_{\max} - U^*_{\min})$.

Also, in the particular case when $U^*_{\max} - U^*_{\min} \geqslant \max\Delta - \min\Delta$, U_{r0} is any size belonging to the interval $[U^*_{\max} - \max\Delta,\ U^*_{\min} - \min\Delta]$ and T_{c0} is theoretically infinite.

It is to be emphasized that the adjustment of the technological system to the size $U_r \neq U_{r0}$ is infavourable as the technical and economic con-

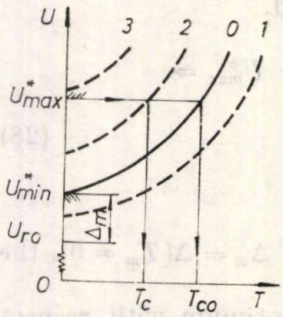


Fig. 2

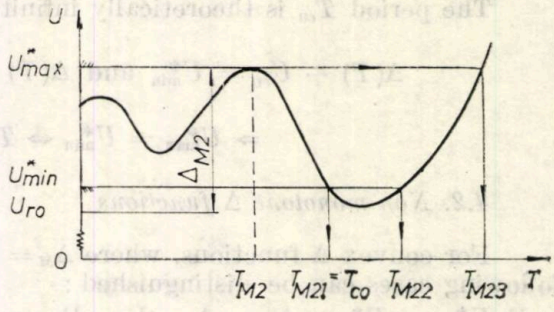


Fig. 3

straints imposed on the adjustment to size are not fulfilled. Thus, for instance, in the case of the monotonely increasing functions (see Fig. 2), for which U_{r0} and T_{c0} (curve 0) are given by relations (22) and (23), the following can be pointed out :

— if $U_r < U^*_{\min} - \Delta_m = U_{r0}$ (curve 1) or if $U_r > U^*_{\max} - \Delta_M > U_{r0}$ (curve 3) in both cases the technical constraints (11) being violated, the sizes obtained will be outside the safety interval;

— if $U_r > U_{r0}$ and $U_r < U^*_{\max} - \Delta_m$ (curve 2) one obtains a period of the machining cycle $T_c < T_{c0}$, hence the adjustment is not fit from the economic standpoint.

5. Determination of statistical parameters

Production requirements involve that adjusting operations be carried out with a minimum expenditure of work and time. That is why it is required to rate the typical values of the theoretical distribution on the basis of microsoundings. With a view to applying this methods, some specifications are to be made.

The standard deviation σ, used in the theoretical relations presented so far, characterizes the set of achievements of the stochastic process of machining a batch of parts in a system adjusted to size. This means that for determining the value σ, corresponding to an instant of time T, it is necessary to repeat the experiment of machining the batch of parts a very large number of times and to statistically treat the dimensions of parts with the order number k obtained at the instant of time T. This point is graphically illustrated in Fig. 4, which shows the deviations of dimensions as a function of time for n batches of parts machined under identical conditions. The n values of the variable U, corresponding to the set of achievements at time T, represent the sounding data on the basis of which σ is determined. Such a methodology is inoperative from

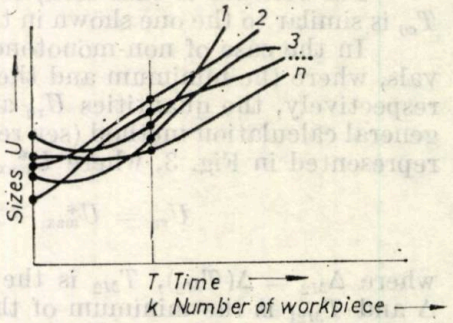


Fig. 4

a practical point of view. For this reason, it is assumed that the stochastic process being examined is quasi-steady and that over small time intervals it exhibits ergodicity properties [6, 7]. As in ergodic processes, the media and instants temporally associated with any of the achievements are numerically equal to the media and instants determined stochastically for the set of achievements, it suffices to process stochastically only the sounding data of o single sample. The statistical parameters of the sample are determined in the basis of the sizes derived from a sounding made up of n_0 identical experiments, which is equivalent to the machining of n_0 test pieces, for which :

— the adjustment to size has been such performed that the dimensions resulted during machining should be close to the mean specified value $(U_{min} + U_{max})/2$;

— the machining conditions (feed, depth of cut, tool geometry etc.) are identical to those of the operation to be carried out ;

— it is necessary that the sounding be of a reduced volume ($n_0 < 30$) and the machined length of the test pieces be sufficiently small for the tool wear, a variable systematic factor, to be insignificant, such that all the n_0 test pieces could be machined with the same tool.

Under the conditions show above, the sounding standard deviation is s,

$$s = \sqrt{\frac{1}{n_0 - 1} \sum_{i=1}^{n_0} (U_i - \bar{U})^2}, \quad \bar{U} = \frac{1}{n_0} \sum_{i=1}^{n_0} U_i \tag{34}$$

where U_i, $i = 1, 2, \ldots, n_0$, stands for the effective dimensions obtained within the framework of the sounding. The t statistic, determining the confidence interval $[-ts, ts]$ of the aleatory errors, is the variable of the Student's t statistic and is chosen in terms of the probability P assigned to the above mentioned interval and of the number of degrees of freedom GL, $GL = n_0 - 1$.

The expressions for the safety dimensions (see also rel. 10) thus become :

$$U^*_{min} = U_{min} + ts \text{ and } U^*_{max} = U_{max} - ts \tag{35}$$

7. Adjustement check-up

The adjustment check-up is meant to render evident the fact whether in determining and achieving the adjusting size all the influencing factors have been appropriately considered.

In the first place it is necessary to check the correspondence between the accuracy of the technological system and the precision specified for the dimension to be achieved, i.e., the constraint (see also rel. 7)

$$2ts \leqslant U_{max} - U_{min} \tag{36}$$

In the second place, it is necessary to check whether the s statistic characterizes only the action of the aleatory factors — whether the former has not been influenced by the variable systematic factors operating in the machining process, respectively — and, finally, whether the adjus-

ting size has been practically implemented to the appropiate optimum value. For this purpose, the Student test will be used in order to check whether the difference of the arithmetic means of two rows of results is a normally distributed aleatory error. For applying the Student test, the t_0 statistic is first determined

$$t_0 = |\overline{U}_1 - \overline{U}_2| : \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \tag{37}$$

where $\overline{U}_1$ and $\overline{U}_2$, s_1 and s_2, n_1 and n_2 are the arithmetic means, the sounding standard deviations and the number of specimens corresponding to each row of results, respectively.

The t statistic is then determined (see also rel. 3),

$$t = t(P, GL),\ GL = n_1 + n_2 - 2 \tag{38}$$

If $t_0 < t$, it follows that the error $\overline{U}_1 - \overline{U}_2$ is insignificant. Otherwise, the error $\overline{U}_1 - \overline{U}_2$ is systematic and influences the results appreciably.

Thus, in order to check whether the dimensions of the n_0 parts used for determining the s statistic, under the conditions presented in paragraph 5, have not been influenced by the variable systematic factors, in relations (37) and (38) one takes

$$\overline{U}_1 = \frac{U_{\min} + U_{\max}}{2},\ \overline{U}_2 = \overline{U},\ s_1 = 0,\ s_2 = s,\ n_2 = n_0,\ GL = n_0 - 1,$$

obtaining

$$t_0 = \frac{|\overline{U} - (U_{\min} + U_{\max})/2|}{s}\sqrt{n_0},\ t = t\,(P, n_0 - 1) \tag{39}$$

If $t_0 < t$ it follows that the dimensions of the n_0 parts have not been influenced by variable systematic factors and that the s statistic characterizes only the action of aleatory factors.

Likewise, in order to check the correctness of the practical accomplishment of the optimum adjusting size, it is necessary to perform another sounding, i.e., the machining of n_0' test pieces in a system adjusted to size. If U_i' are the dimensions obtained, there results for the case under consideration

$$s' = \sqrt{\frac{1}{n_0' - 1}\sum_{i=1}^{n_0'}(U_i' - \overline{U}')^2},\ \overline{U}' = \frac{1}{n_0'}\sum_{i=1}^{n_0'} U_i' \tag{40}$$

Further, t_0 and t are calculated by means of relations (37) and (38) in which one takes: $\overline{U}_1 = U_{r0}$, $\overline{U}_2 = \overline{U}'$, $s_1 = s$, $s_2 = s'$, $n_1 = n_0$, $n_2 = n_0'$, $GL = n_0 + n_0' - 2$, i.e.,

$$t_0 = |U_{r0} - \overline{U}'| : \sqrt{\frac{s^2}{n_0} + \frac{s_2'}{n_0'}},\ t = t\,(P, n_0 + n_0' - 2) \tag{41}$$

If $t_0 < t$, the adjustment to size is correct.
Otherwise, the adjustment must be performed again, involving another control.

8. Practical example

The adjustment to size of the technological system is called for with a view to turning the surface $\varnothing 50^{+0}_{-0,16}$ mm in diameter of the workpiece shown in Fig. 5 and in the following conditions: work material — hot rolled medium carbon steel 0.45 % C (C45) with average hardness

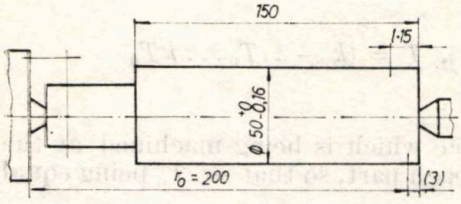


Fig. 5

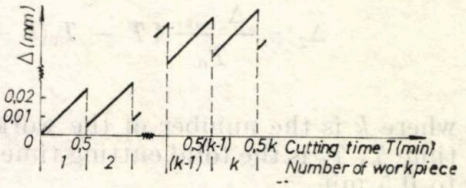


Fig. 6

1860 N/mm²; tool material — P 10; tool geometry — square inserts (SPGN 120312) with γ_n, α_n, λ_s, $\varkappa_r$, ε_r, r_ε — 6°, 5°, 0°, 75°, 90°, 1.2 mm, respectively; machine tool — engine lathe SNA 400 × 1500; depth of cut — — 0.6 mm; feed — 0.2 mm/rev; cutting speed — 240 m/min (number of revolutions — 1500 rev/min).

The size U to be obtained being, in this case, the required diameter $\varnothing 50^{+0}_{-0,16}$ mm, there results

$$U_{\min} = 49.84 \text{ mm and } U_{\max} = 50 \text{ mm}$$

It has been considered that the function Δ is

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

where Δ_1 is the component given by the tool wear and Δ_2 is the component given by the deviation from coaxiality of the centres of the machine tool under consideration.

In order to determine the component Δ_1 of the function Δ, a cutting test was accomplished under the above mentioned conditions, with the difference that for this test a workpiece of initial sizes $\varnothing$ 180 × 500 mm and a lathe equipped with variable speed drive were utilised. Within the framework of this test the time variation of the top wear N was studied. Three identical samples were performed and the wear was measured by means a tool-maker's microscope, specially equipped. The criterion of tool wear $N = 0.08$ mm was established. On the assumption that the wear parameter which generates the size variation with time is only the top wear N, the relationship $N = N(T)$ has been determined as

$$N = 0.0012\,T, \text{ in mm, for } T = 0 \ldots 66 \text{ min}$$

Thus, Δ_1 being $\Delta_1 = 2N$, there results

$$\Delta_1 = 0.0024\,T, \text{ in mm, for } T = 0 \ldots 66 \text{ min}$$

The adjustment of the relative position of the centres of the lathe SNA 400 × 1500 utilized for carrying out the operation, was considered acceptable when the deviation from the coaxiality of these centres was 0.01 mm. Taking into account the sense of this deviation, each workpiece will have a conical shape, with the diameter increasing towards the headstock and having the maximum variation in diameter $\Delta_{2max}=0{,}02$ mm, Δ_2 being also

$$\Delta_2=\frac{\Delta_{2max}}{T_0}[T-T_0(k-1)],\ T=(k-1)T_0\ldots kT_0$$

where k is the number of the workpiece which is being machined at the time T, T_0 is the total cutting time of each part, so that — T_0 being equal to 0.5 min

$$\Delta_2=0.04\ T-0.01\ (k-1),\ \text{in mm, for}$$

$$T=0.5\ (k-1)\ \ldots\ 0.5\ k,\ \text{min}$$

For the example under consideration there results (see the above relations)

$$\Delta=0.0424\ T-0.02\ (k-1),\ \text{in mm, for}$$

$$T=0.5\ (k-1)\ \ldots\ 0.5\ k,\ \text{min},\ k\leqslant 132$$

wich is a non-monotone function (Fig. 6) with

$$\min\Delta=\Delta\ (k=1,\ T=0)=0$$

In order to determine the s statistic, $n_0=9$ test pieces (Fig. 5) have been processed, the machining of each piece being performed only over a length $l=15$ mm. The initial adjustment for machining these workpieces has been achieved by test passes, being meant to obtain the mean specified size $(U_{min}+U_{max})/2=49.92$ mm, at the distance $r_0=220$ mm with respect to the frontal surface of the spindle. The sizes (diameters) U_i, obtained after machining and measured at the distance $r_0=220$ mm, were within $\varnothing 49.905$ — $\varnothing 49.921$ mm. By statistical analyse of the data (see the rel. 34 and 39), $\bar{U}=49.914$ mm, $s=0.006$ mm, $t_0=2.95$ and, for $P=0.99$, $t=3.355$ resulted.

Since the constraints $2ts<U_{max}-U_{min}$ and $t_0<t$ can be checked, the accuracy of the technological system has been judged as appropriate for the surface considered and the s statistic has been considered to express only the influence of the aleatory factors.

Thus, the safety sizes (see rel. 35) are

$$U^*_{min}=49.86\ \text{mm and}\ U^*_{mxx}=49.98\ \text{mm}$$

On applying the general calculation method (see rel. 15, 16, ..., 21) U_{r0} and T_{c0} have been obtained as follows

$$U_{r0} = U^*_{min} - \min\Delta = 49.86 \text{ mm}$$

and from

$$\Delta(T) + U_{r0} = U^*_{max} \Leftrightarrow 0{,}0424\ T - 0.02\ (k - 1) = 0.12$$

aking $k = T/T_0 \Leftrightarrow k = T/0.5$, there results

$$T = T_{c0} = 41.6 \text{ min}$$

Thus, the number of workpieces machined over the period of time T_{c0} is theoretically

$$k = T_{c0}/T_0 \cong 83$$

Then, the adjustment of the technological system to the optimum size $U_{r0} = 49.86$ mm was perfoi med by the test passes method.

In order to check the corectness of the adjustment, a new sounding was performed, i.e., after the machining of the first $n'_0 = 9$ pieces — the system being adjusted to the size $U_{r0} = 49.86$ mm — , the results were statistically analysed (see rel. 48 and 49), obtaining $\bar{U}' = 49.863$ mm, $s' = 0.005$ mm, $t_0 = 1.2$ and $t = 2.92$. Since $t_0 < t$, the adjustment to size was estimated to have been correctly performed.

Furthermore, the machining was continued until a workpiece resulted with effective sizes outside of safety interval (bigger than U^*_{max}). The last accurate piece had the number 72. This is different from the calculated number k ($k = 83$), because of the influencing factors which have not been taken into account in the example under consideration.

9. Conclusions

The paper is concerned with one the important problems of machine building engineering, i.e., the adjustment of the technological system to size, with a view to machining a batch of parts.

As the nature of the relations presented is one of broad generality, they give the theoretical background for the optimum adjustment to size of any technological system.

The paper leaves the matter of practical applications open, a question that can be further extended by numerous examples.

REFERENCES

1. *A. P. Sokolovski*, Accuracy of mechanical machining and methods for increasing it, Editura tehnică, Bucharest, 1954 (in Romanian — translated from the Russian).
2. *Gh. Drăghici*, Machine Buildings Technology, Edit. Did. și Pedag., Bucharest, 1977 (in Romanian).

3. *M. Gheorghe, C. Neagu,* On the setting up of the technical and economic constraints imposed upon the adjustment to size of a technological system, Lucr. Simpoz. „Creativ. in constr. fabric. și exploat. automob.", Pitești, 1979 (in Romanian).
4. *M. Gheorghe, C. Neagu, M. Nicolescu,* The Bulletin of Bucharest Polytechnic Institute, Seria Mecanică, Tomul XLV, 1983 (in Romanian).
5. *M. Gheorghe, C. Neagu,* On the establishing of the computational relations for the adjusting size and machining cycle period, Lucr. Simpoz. „Creativ. in constr., fabric. si exploat. automob.", Pitești, 1979 (in Romanian).
6. *C. Neagu, M. Gheorghe,* On the effective determination of the adjusting size of a technological system. Lucr. Simpoz. „Creativ. in constr., fabric. si exploat. automob.", Pitești, 1979 (in Romanian).
7. *I. Benes,* Dinamique statistique des circuites de régulation, Dunod, Paris, 1964.

Determinarea dimensiunii optime de reglare și a perioadei optime a ciclului de prelucrare

Luînd în considerație erorile sistematice și întîmplătoare generate în procesele de reglare, prelucrare și control, se stabilesc legea generală de variație a dimensiunilor, restricțiile tehnico-economice impuse reglării și relațiile de calcul pentru dimensiunea optimă de reglare și perioada optimă a ciclului de prelucrare.

De asemenea, se prezintă modul de determinare a parametrilor statistici care definesc legea de variație a dimensiunilor, o metodă de verificare a reglării avînd la bază testul Student și un exemplu practic.

C.Z.: 621.9 — 86 : 620.179

CONTRIBUȚII TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE PRIVIND TIPURILE CONSTRUCTIVE DE BLOCURI ULTRASONICE, COMPUNEREA ȘI ELEMENTELE CONSTRUCTIVE SPECIFICE PRELUCRĂRII ÎN CÎMP ULTRASONOR

GH. AMZA*

În lucrare se prezintă o metodă de calcul, construcție, proiectare, și execuție a blocurilor ultrasonice folosite la diferite genuri de prelucrare în cîmp ultrasonor. Se analizează în primul rînd blocurile ultrasonice confecționate din tole de Ni magnetostrictiv și apoi cele confecționate din ferite magnetostrictive. Din lucrare rezultă că pentru o eficiență sporită a blocului ultrasonic este necesară calcularea și proiectarea lui ca un tot unitar și nu separat pe elemente componente.

Blocul ultrasonic este acea parte a sistemului acustic ce realizează transferul, conducerea și concentrarea energiei ultrasonore de la generator la focarul de prelucrare, astfel încît într-o mare măsură randamentul și performanțele unei instalații de prelucrat cu ultrasunete depind de modul de construcție, de corectitudinea dimensionării, de natura materialelor din care e confecționat, de modul de adaptare la generatorul de înaltă frecvență și de modul de adaptare a blocului ultrasonic la schema cinematică concretă a mașinii de prelucrat cu ultrasunete. Blocul ultrasonic este format dintr-un element activ — transductorul — cel care convertește oscilațiile electrice în oscilații mecanice cu frecvență ultrasonoră și un element pasiv — concentratorul de energie ultrasonoră — cel care conduce, concentrează, focalizează energia ultrasonoră în focarul de deformare. În proiectarea și execuția blocului acustic trebuie avute în vedere cerințele acustice, mecanice și tehnologice pe care trebuie să le satisfacă un sistem acustic folosit la prelucrarea metalelor și aliajelor precum și a altor tipuri de materiale. Cerințele mecanice și tehnologice depind în mare măsură de tipul operației tehnologice ce se vrea executată și se referă la: precizia de execuție a sistemului acustic, calitatea suprafețelor, natura materialului din care este confecționat, tratamentul termic, rezistența la uzură și la oboseală, rigiditatea, stabilitatea în funcționare și calitatea îmbinării cu transductorul. Cerințele acustice sînt condiționate de necesitatea creerii

* Șef lucrări dr. ing., catedra Tehnologia materialelor și sudură

în sistem a unei funcționări în regim de rezonanță sau în regim de unde staționare. Aceste cerințe pot fi formulate astfel :

— transferul maxim de energie acustică de la concentrator în focarul de prelucrare, realizabil numai în cazul lucrului în regim de rezonanță ;

— pierderi minime de energie în elementele sistemului acustic însuși și în elementele pasive ale instalației pentru realizarea operației propuse. Aceste pierderi depind de materialul din care elementele sînt confecționate precum și de particularitățile și calitățile construcției sistemului acustic. Pierderile interioare de energie în material sînt cauzate de diferite mecanisme unificate sub noțiunea de „frecare internă" a cărei măsură este decrementul logaritmic al amortizării ;

— concentrarea maximă a energiei acustice nemijlocit în focarul deformației, cerință ce se realizează numai prin alegerea, calculul, construcția și execuția corectă a concentratoarelor de energie ultrasonoră ;

— stabilitatea regimului de rezonanță în funcționarea sistemului acustic la variația în limite foarte largi a sarcinii statice care acționează asupra lui. Această stabilitate depinde de alegerea corespunzătoare a dimensiunilor de rezonanță a diferitelor elemente componente, de modul cum se realizează izolarea acustică, precum și de modul de utilizare a generatorului ;

— uniformitatea radiației energiei ultrasonore pe toată aria focarului de deformare, de ea depinzînd calitatea produsului obținut în urma procesului de deformare. Depinde de alegerea corectă a formei concentratorului, de locul de dispunere a focarului deformației și de dimensiunile lui constructive ;

— stabilitatea lucrului sistemului acustic în timp la o exploatare de lungă durată. Acesta depinde de stabilitatea funcționării generatorului, de gradul de conservare a parametrilor întregului sistem transductor — concentrator-sculă și de variația rezistenței sarcinii ;

— simplitate tehnologică și constructivă a elementelor și a întregului sistem acustic în ansamblu. Acesta este indicatorul cel mai important al oricărei instalații. El se obține prin îmbinarea diferitelor subansamble ale sistemului acustic, prin posibilitatea reglării și înlocuirii rapide a lor, prin simplitatea formelor constructive, prin posibilitatea schimbării rapide a concentratorului, accesul la focarul de prelucrare, prin simplitatea reglării diferiților parametri ai sistemului acustic etc.

O etapă importantă în realizarea unei instalații de prelucrat cu ultrasunete este și aceea a realizării unui bloc ultrasonic corespunzător operației de prelucrare ce se vrea executată. Principalele probleme privind blocul ultrasonic care trebuie luate în studiu și care trebuie rezolvate se pot conchide în următoarele :

— dimensionarea elementelor componente ale blocului ultrasonic pentru lucru în regim de rezonanță ;

— alegerea schemei de montaj și fixare în carcasă, a modului de răcire a transductorului și a modului de izolare acustică ;

— decizia adoptării tipului de transductor (magnetostrictiv, electrostrictiv etc.) ;

— tehnologia de execuție și montaj a elementelor blocului ultrasonic; realizarea ajustărilor necesare pentru funcționarea cît mai stabilă la rezonanță;

— stabilirea corectă a regimurilor de excitație în gol și în sarcină;

— stabilirea criteriilor de eficiență a blocurilor ultrasonice și măsuri ce trebuie luate pentru îmbunătățirea ei.

Materiale folosite la construcția transductorilor ultrasonici

Progresele realizate în construcția mașinilor de prelucrat cu ultrasunete se datoresc în foarte mare măsură punerii la punct a unor materiale care să fie utilizate cu eficiență maximă în construcția transductorilor ultrasonici. Utilizarea ultrasunetelor de mare putere în prelucrări active a fost posibilă numai după realizarea vibratorului magnetostrictiv (Pierce 1928). Abia după 1956 se face un salt prin utilizarea pe lîngă nichel și a aliajelor pe bază de nichel (nichel și aluminiu; nichel, fier și aluminiu; fier și nichel; nichel, fier și cobalt) cu compoziție optimă (Clark 1957). În ultima vreme se utilizează cu deosebit succes piezoceramicele (cel mai des folosit zirconat titanatul de plumb) și feritele magnetostrictive datorită proprietăților piezoelectrice foarte bune.

Alegerea materialelor pentru construcția transductoarelor se face folosind criterii comparative pe baza eficienței potențiale $\eta_{\text{pot.}}$ sau pe baza factorului de cuplaj electromecanic efectiv k_{ef}. Pentru transductorii magnetostrictivi eficiența poate fi definită cu ajutorul unei expresii aproximative

$$\eta_{\text{pot.}} = f(k_{ef}^2,\ Q_m,\ Q_e) = \left[1 - \frac{2}{\sqrt{k_{ef}^2 \cdot Q_m \cdot Q_e}}\right] \tag{1}$$

în care: Q_m este factorul de calitate mecanic și Q_e este factorul de calitate magnetic.

Eficacitatea unui transductor pe bază de ceramici electrostrictive sau piezoelectrice poate fi exprimată prin factorul de cuplaj electromecanic definit ca raport între energia mecanică produsă și energia totală furnizată sistemului:

$$k_{ef}^2 = \frac{e^2}{\varepsilon \cdot s} \tag{2}$$

în care: e este constanta piezoelectrică, în $[C/N]$, ε — permitivitatea, în $[F/\text{m}]$, s — rigiditatea, în $[\text{N/m}^2]$.

Factorul de cuplaj electromecanic (magnetomecanic) la transductoarele magnetostrictive este definit prin relația

$$k_{ef}^2 = \frac{d^2}{s \cdot \mu} \tag{3}$$

în care: d este constanta magnetostrictivă, μ — permeabilitatea, în [Gs], s — rigiditatea, în $[\text{N/m}^2]$.

În construirea unui transductor ultrasonic folosit la diferite prelucrări ce necesită forțe de apărare mari criteriul de bază de apreciere rămîne factorul de cuplaj electromecanic și în mai mică măsură eficiența potențială.

Principalele caracteristici ale materialelor magnetostrictive industriale sînt date în tabelul 1. Deși nichelul nu prezintă cele mai bune proprietăți magnetostrictive (exceptînd alungirea relativă λs), iar valoarea punctului Curie este destul de scăzută, totuși este materialul cel mai frecvent utilizat în construcția transductorilor solicitați la forțe de apăsare mari. Analizînd cîteva caracteristici importante ca eficiența electroacustică în funcție de cîmpul de premagnetizare (fig. 1, a) și variația

Tabelul 1

Principalele caracteristici ale materialelor industriale magnetostrictive

Caracteristici principale	Materiale				
	Nichel	Permendur	Permendur	Alfer	Alfer
Compoziția	100%	49% Co 1,5—1,8% V Fe (restul)	65% Co Fe (restul).	13,8% Al Fe (restul)	12,8% Al Fe (restul)
Lungimea relativă λ_s, în mm	$35 \cdot 10^{-3}$	$70 \cdot 10^{-6}$	$90 \cdot 10^{-6}$	$50 \cdot 10^{-6}$	$35 \cdot 10^{-6}$
Saturația magnetică 4 II JS, în Gs	6400	24000	22000	13400	15000
Permeabilitatea inițială, μ_0	400	700	150	1000	400
Permeabilitatea maximă μ_{max}.	2500	4500	1500	2800	1500
Forța coercitivă, Hc în Oe	0,7	2,0	3,0	0,7	0,6
Pierderile în w/kg la 20 KHz. pentru B-4000 Gs,	2800	800	2750	1175	—
pentru B-10000 Gs	—	2750	10250	—	—
Rezistivitatea electrică, Ω/cm	$7 \cdot 10^{-6}$	$26 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-6}$	$90 \cdot 10^{-6}$	$90 \cdot 10^{-6}$
Modulul de elasticitate, daN/cm²	$2,1 \cdot 10^6$	$2,18 \cdot 10^6$	$2,24 \cdot 10^{-6}$	$1,77.10^6$	—
Densitatea, ρ în g/cm³	8,90	8,08	8,25	6,65	—
Rezistența la rupere, σ daN/cm²	47	45	67	79	—
Punctul Curie, °C	380	980	—	—	—
Viteza de propagare a ultrasunetului, cm/s	$4,76.10^5$	$5,2 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$	$5,1 \cdot 10^4$	

încărcării specifice și a eficienței în funcție de pierderile din înfășurări (fig. 1. b) se poate trage concluzia că transductoarele de Ni utilizate în majoritatea prelucrărilor active sînt suficient de reprezentative cu atît mai mult cu cît permit o încărcare specifică mai mare decît cea admisă convențional de 16w/cm², iar în unele lucrări de 167 w/cm². După cum se

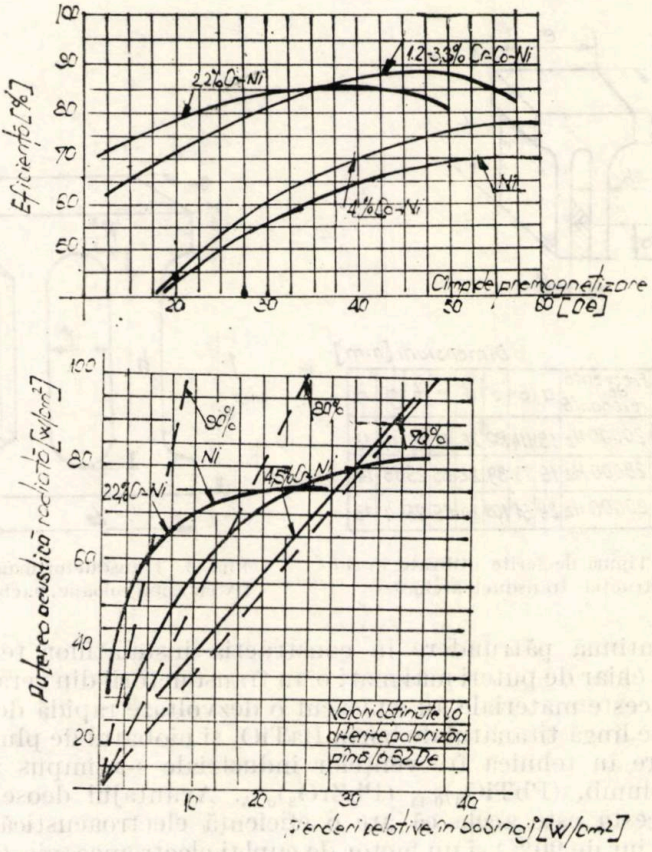
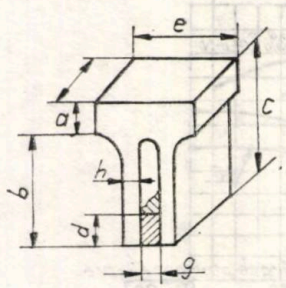


Fig. 1. Cîteva caracteristici importante ale principalelor materiale magnetostrictive :
a) eficiența electroacustică în funcție de cîmpul de premagnetizare ;
b) variația încărcării specifice și a eficienței în funcție de pierderile în înfășurare.

vede în figură, pe lîngă eficiența electroacustică comparabilă cu a ceramicelor electrostrictive, transductorii din aliaje Cr-Ni mai prezintă și proprietăți mecanice bune de aceea cercetările actuale se fac în direcția obținerii unor astfel de aliaje. O deficiență comună tuturor materialelor magnetostrictive metalice prezentate mai sus este aceea de a favoriza pierderile prin histerezis și prin curenți Foucault. De aceea, ultimii ani au condus la realizarea unor transductori pe bază de ferite magnetostrictive. Feritele magnetostrictive sînt materiale ceramice cu bune proprietăți

magnetice, prezentînd o rezistenţă mecanică suficientă, iar pierderile prin curenţi turbionari sînt practic nule. Prin folosirea feritelor se pot obţine transductori cu coeficientul de cuplaj electromecanic k_{ef}^2 destul de ridicat comparabil cu cel corespunzător materialelor superioare feromagnetice. În figura 2 se prezintă cîteva tipuri de ferite cu largă aplicabilitate în prelucrările cu ultrasunete.



Dimensiuni [mm]

Tip	Frecvenţa de rezonanţă	a	b	c	d	e	f	g	h
Ti(A)	20000 Hz	18	114	132	26	51	25	14	13
Ti(A)	28000 Hz	16	73	89	22	55	25	15	14
NA	20000 Hz	24	61	109	24	55	25	4	13

Fig. 2. Tipuri de ferite utilizate în construcţia transductoarelor.

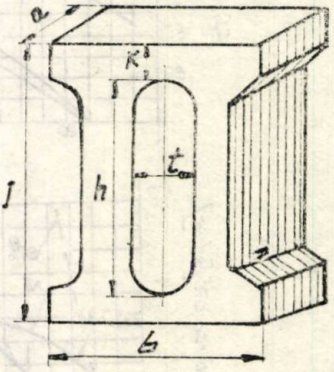


Fig. 3. Transductor magnetostrictiv cu două coloane, pachet de tole.

O continuă pătrundere în construcţia instalaţiilor tehnologice cu ultrasunete chiar de puteri mai mari o au transductorii din ceramice electrostrictive. Aceste materiale au cunoscut o dezvoltare rapidă de dată relativ recentă şi pe lîngă titanatul de bariu $BaTiO_3$ şi niobatul de plumb $PbNb_2O_6$ cu deosebire în tehnica frecvenţelor industriale s-a impus zirconat-titanatul de plumb, $(PbTiO_3)_{0.45}$ $(PbZrO_3)_{0.55}$. Avantajul deosebit pe care-l prezintă acesta este acela că are o eficienţă electroacustică deosebit de ridicată (în jur de 90%) şi un factor de cuplaj electromecanic k_{ef}^2 care poate atinge chiar valoarea 0,75. Datorită însă dificultăţilor tehnologice de obţinere şi a rezistenţei mecanice mici, transductorii confecţionaţi din aceste materiale, nu se folosesc în cazul prelucrărilor ce necesită forţe mari de apăsare.

Calculul şi proiectarea blocurilor ultrasonice, tehnologia de execuţie şi montaj, adaptare la generator

În calculul şi proiectarea blocului ultrasonic este indicat să se folosească ansamblul transductor-concentrator-sculă la toate încercările la care este testat blocul ultrasonic. Cum datele din literatura de specialitate şi părerile diferitelor şcoli diferă, autorul acestei lucrări încearcă să utilizeze teoriile de proiectare existente îmbinate cu cercetările proprii pentru dimensionarea transductorilor şi a concentratorului separat, urmînd ca

după montaj să se efectueze ajustările necesare unei funcționări în regim de rezonanță. S-au abordat în primul rînd transductoarele magnetostrictive de tip pachet de tole de Ni (fig. 3.) în dimensionarea lor urmînd un calcul practic mai rapid. Principalele elemente ce trebuie calculate sînt următoarele:

— Frecvența fundamentală a vibrațiilor, pentru vibratoare plane s-a determinat cu relația:

$$f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{E}{\rho(1 + b/2l)}} \tag{4}$$

în care: b și l sînt dimensiunile tolelor (fig. 3.)

— Înălțimea vibratorului magnetostrictiv s-a determinat cu relația:

$$I = -\frac{b}{4} \pm \sqrt{\frac{b^2}{16} + \frac{c^2}{4f^2}} \tag{5}$$

în care: c este viteza de propagare a undelor sonore în materialul din care e confecționat vibratorul, în [cm/s], f — frecvența de rezonanță, în [Hz].

Trebuie să se aibă în vedere ca la alegerea dimensiunilor geometrice ale pachetului de tole să se respecte raportul optim între secțiunea coloanelor și secțiunea ferestrei care trebuie să fie egal cu unitatea. Analiza completă și calculul regimului electromagnetic de funcționare a transductorului magnetostrictiv sînt extrem de complicate și nu concordă totdeauna cu rezultatele practice, de aceea în continuare se indică a se folosi tot un calcul simplificat după care se pot realiza vibratoare magnetostrictive cu un randament destul de bun.

— Puterea electrică P_{ex} aplicată vibratorului pentru obținerea valorii necesare a puterii acustice P_{ac} se calculează cu relația:

$$P_{ex} = \frac{P_{ac}}{\eta_{ea}} \tag{6}$$

în care: η_{ea} este randamentul electroacustic și are valori cuprinse în intervalul 0,55...0,40 (după L. Bergman), fiind dat de relația:

$$\eta_{ea} = \eta_{em} \cdot \eta_{ma} \tag{7}$$

unde η_{em} este randamentul de transformare a energiei electrice în energie mecanică și η_{ma} este randamentul de transformare a energiei mecanice în energie acustică.

— Puterea acustică P_{ac} se determină cu relația:

$$P_{ac} = \frac{a^2 B^2 S_i^2}{\rho c S_r^2} \cdot \cos^2 kl \tag{8}$$

în care : S_t este aria secțiunii transversale a vibratorului, în [cm²], S_r — aria suprafeței radiante, în [cm²], B — valoarea de vîrf a componentei alternative a inducției magnetice, în [Gs], $k = \omega/c$ — numărul de undă, l — grosimea jugului transversal, în [cm].

— Valoarea tensiunii de lucru poate fi impusă din considerente constructive legate de o funcționare nepericuloasă. Se recomandă 200—300 V).

— Numărul de spire N se determină cu relația :

$$N = \frac{\cdot 10^8}{4{,}44 \cdot f_a \cdot B \cdot S_t} \tag{9}$$

în care : U este valoarea tensiunii de lucru, în [V], f_a — frecvența tensiunii de alimentare, în [Hz].

— Curentul de excitație Iex al vibratorului magnetostrictiv se determină din ecuația :

$$P_{ex} = I_{ex} \cdot U \cdot \cos\varphi \Rightarrow I_{ex} = \frac{P_{ex}}{U \cdot \cos\varphi} \tag{10}$$

admițînd că factorul $\cos\varphi$ se ia de ordinul 0,85...0,95.

— Valoarea curentului de premagnetizare I_p se determină cu relația :

$$I_p = 0{,}57 \frac{H_0 \cdot L}{N} \tag{11}$$

în care : H_0 este intensitatea cîmpului magnetic, L — lungimea medie a liniei de forță magnetică.

— Pentru determinarea secțiunii conductorului înfășurării S_c este necesar să calculăm suma curenților $I_{tot.}$ care circulă prin bobinajul vibratorului :

$$I_{tot.} = \sqrt{I_p^2 + I_{ex}^2} \tag{12}$$

— Diametrul conductorului D, se determină cu relația :

$$D = 2\sqrt{\frac{S_c}{\pi}} \tag{13}$$

Trebuie avut în vedere că dacă transductorul are posibilitatea să fie răcit în permanență în timpul funcționării cu apă sau ulei, atunci secțiunea conductorului poate fi sensibil micșorată. Principalele caracteristici ale unor tipuri de transductoare magnetostrictive construite după această metodă sînt date în tabelul 2.

Trebuie avut în vedere că în dimensionarea transductorului s-a ținut cont de următoarele condiții specifice unor anumite prelucrări : generatorul de ultrasunete este cu frecvență variabilă periodic în domeniul 14...28 kHz și de putere variabilă în domeniul 0...1600 W ; trans-

Tabelul 2

Valorile principalelor caracteristici la două tipuri de transductoare

Caracteristici și date de calcul	Transductor tip 20AM—01	Transductor tip 20AM—02
Frecvența de calcul, f_c în Hz.	20.000	20 000
Material, forma	Tole de Nichel	Tole de Nichel
Suprafața de radiație ,Sr, într-o singură direcție, în cm^2.	64 cm^2	121 cm^2
Suprafața totală a secțiunii transversale, St, în cm^2.	36 cm^2	82 cm^2
Randamentul electroacustic, η_{ea}	0,50	0,50
Lungimea tolelor, 1, în mm	75	100
Viteza de propagare a undelor sonore, C, în cm/s.	$5,63 \cdot 10^5$	$5,63 \cdot 10^5$
Puterea acustică a vibratorului Pac, în W.	320	320
Puterea electrică necesară pentru excitarea transductorului magnetostrictiv, Pex, în W.	630	1260
Numărul de spire pe coloană, N	6	18
Tensiunea de lucru, U, în V	200	200
Curentul de excitație, Iex, în A	2,41	5,78
Curentul de premagnetizare, Ip, în A	15,7	21,2
Secțiunea conductorului Sc, în mm^2.	6,4 mm^2	8,04
Diametrul conductorului, D, în mm	2,8	3,3
Grosimea tablei de Ni, s, în mm	0,1	0,1

ductorul trebuie să reziste la forțe statice de apăsare destul de mari, specifice procedeelor de prelucrare prin deformare plastică sau altor prelucrări dimensionale ce necesită forțe de apăsare mari, datele în legătură cu proiectarea blocului ultrasonic sînt informative, conținînd și unele elemente contradictorii, existența unei cantități insuficiente de tole de nichel cu calități corespunzătoare etc.

La execuția transductoarelor magnetostrictive din tole de Ni, decuparea tolelor la forma și dimensiunile necesare s-a făcut din tablă cu grosimea de 0,1 mm, în așa fel încît direcția liniilor de forță magnetică să coincidă cu direcția de laminare. Pentru micșorarea pierderilor cauzate de curenții turbionari, tolele trebuie recoapte și izolate electric una de alta. Pentru aceasta tolele se degresează și se usucă în vederea recoacerii, după aceea tolele presărate cu talc sînt asamblate într-un pachet cu dimensiunile precise și sînt strînse puternic între două platbande de oțel. Pelicula

de izolație se formează în timpul recoacerii, fiind o peliculă de oxid ce constituie o izolație perfectă.

În figura 4. a și b este dată vederea generală a două tipuri de transductoare 20AM-01 și 20AM-02 utilizate la deformarea plastică în cîmpul ultrasonor.

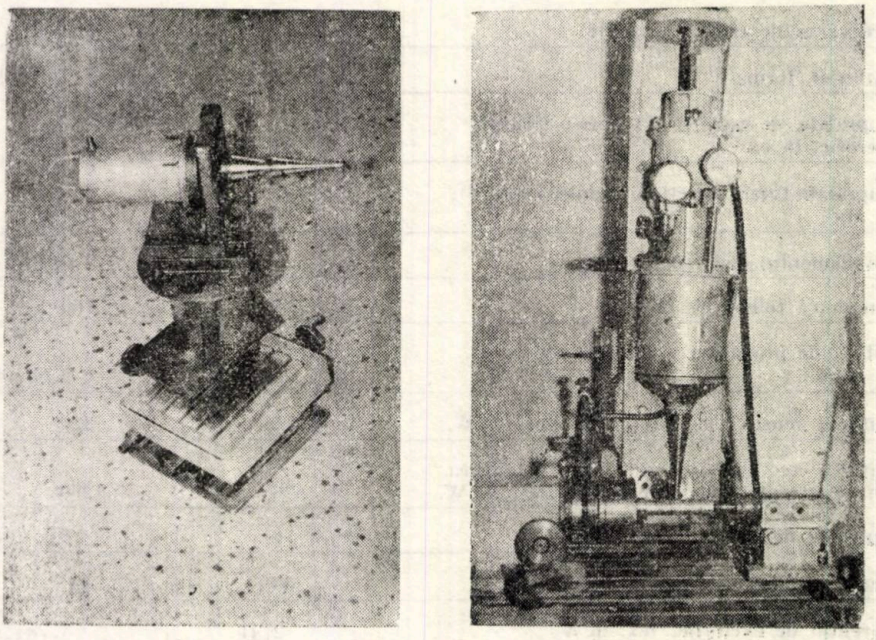


Fig. 4. Vedere generală a două tipuri de transductoare confecționate din tole de nichel magnetostrictiv.

La transductoarele magnetostrictive pe bază de ferite problema cea mai importantă este dimensionarea lor împreună cu concentratorul-sculă în așa fel încît să lucreze în regim de rezonanță. Un transductor magnetostrictiv poate fi considerat ca un cvadripol avînd o intrare electrică caracterizată de parametrii U și I și una mecanică caracterizată de parametrii F și V.

În acest caz, transductorul poate fi reprezentat cu ajutorul unei scheme echivalente simple (fig. 5, a) transformatorul fiind ideal și avînd raportul de transformare A :1, sau cu o schemă echivalentă cu cea din figura 5, b, cînd transductorul funcționează ca generator de ultrasunete. Această schemă este foarte importantă deoarece ea permite determinarea frecvențelor de rezonanță ale transductorului precum și modul de comportare al acestuia în diverse condiții de lucru. Ecuațiile care descriu sistemul în acest caz sînt:

$$I = Y_i U_0 - Y_i A \cdot v\,;\; F_0 = -Y_i A U_0 + (r_a + Z_B)v$$

$$Y_i = \frac{1}{j\omega L_i}\,;\quad Z_B = Z + Y_i A^2 = Z + \frac{A^2}{j\omega L_i} \tag{14}$$

Dacă forța excitatoare $F_0 = 0$ viteza de vibrație v, devine :

$$v = \frac{A}{r_a + Z} \cdot I \tag{15}$$

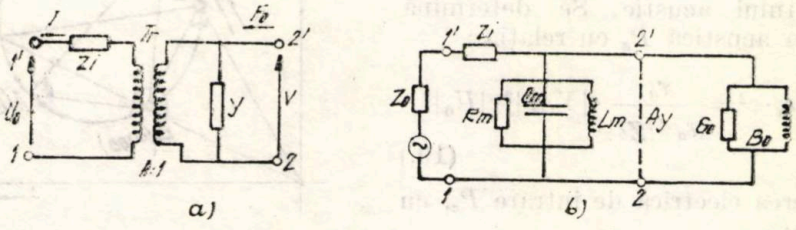


Fig. 5. Schema echivalentă a transductorului $R_m = \frac{A^2}{r}$; $L_m = \frac{A^2}{k}$;

$$C_m = \frac{m}{A^2}; \quad G_a = \frac{r_a}{A^2}; \quad B_0 = \frac{X_a}{A^2}; \quad Z_a = r_0 + jx_0$$

Pentru (I) = constant, v devine maxim cînd $I_m(Z) = 0$, iar frecvența pentru care se realizează această condiție și care este frecvența de rezonanță mecanică a sistemului se numește frecvența de rezonanță de tip A, notată ω_{0B}. Dacă U_0 = constant, v devine maximă cînd $I_m(Z_B) = 0$, lucru care se realizează la o frecvență de rezonanță impedanța mecanică a transductorului Z, se poate scrie :

$$Z = r_B + j\omega_m + \frac{K_B}{j\omega}\left(1 - \frac{A^2}{L_i K_B}\right) \tag{16}$$

Dacă se pune condiția $Z_a \cong 0$, rezultă

$$r = r_B + \left|\frac{A^2}{\omega L_i}\right| \cos\beta\,; \quad K = K_B\left(1 - \left|\frac{A^2}{L_i K_B}\right| \sin\beta\right); \quad \beta = ZA - \frac{\pi}{2} \tag{17}$$

Ținînd cont că $\omega_{0B}^2 = K_B/m$, se poate deduce relația de legătură dintre cele două frecvențe de rezonanță :

$$\omega_{0A}^2 = \omega_{0B}^2\left(1 - \left|\frac{A_i^2}{L_i K_B}\right| \cdot \cos\beta\right) \tag{18}$$

Existența celor două frecvențe de rezonanță se bazează pe modul diferit de excitare al transductorului. În planul Z_T se pot determina impedanțele și unghiurile de fază corespunzătoare celor două frecvențe de rezonanță, bucla descrisă de Z_T în vecinătatea rezonanței poate deveni aproximativ un cerc cînd factorul de calitate mecanic $Q_m = \omega_m/r$ este suficient de mare (fig. 6). Punctul A este punctul corespunzător rezonanței de tip „A" dacă DA este diametrul cercului ce trece prin punctul D, punct în care

$Z_i = Z_i(\omega_{0A})$, iar B este corespunzător rezonanței de tip B. Pentru a vedea modul de comportare al transductorului la cele două frecvențe de rezonanță se va calcula expresia randamentului acustic. Se determină puterea acustică P_a cu relația :

$$P_a = r_a \cdot v^2 = \frac{r_a}{|r_a + Z_b|} \cdot |Y_i A|^2 \cdot |U_0|^2 \qquad (19.)$$

și puterea electrică de intrare P_e, cu relația :

$$P_e = G \ |U_0|^2, \qquad (20.)$$

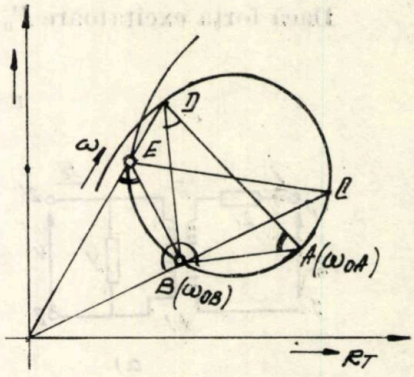


Fig. 6. Impedanțele și unghiurile corespunzătoare celor două frecvențe de rezonanță.

apoi se deduce expresia randamentului electroacustic :

$$\eta_{ea} = \frac{P_a}{P_e} = \frac{r_a}{|r_a + Z_B|^2} \cdot \frac{|Y_i A|^2}{G_T} \qquad (21)$$

în care G_T este conductanța totală.

Pentru cazul în care transductorul lucrează la cele două frecvențe de rezonanță ω_{0A} sau ω_{0B} se obțin două valori corespunzătoare randamentelor electroacustice η_{ea}, raportul lor fiind :

$$\frac{(\eta_{ea})\omega_{0A}}{(\eta_{ea})\omega_{0B}} = \frac{1}{1 + \dfrac{\dfrac{r_B}{r_A} \cdot \cos^2\beta \sin\beta}{\dfrac{r_B}{r_A} + \sin\beta}} \qquad (22)$$

Din această relație rezultă clar că randamentul electroacustic cel mai ridicat se obține atunci cînd transductorul lucrează la frecvența de rezonanță ω_{0B}, deci frecvența corespunzătoare lui U_0 = constant. Pentru a vedea modul cum variază randamentul electroacustic η_{ea} al unui astfel de transductor s-a măsurat impedanța de mișcare (Z_m), pentru diferite forțe magnetomotoare, frecvența semnalului electric fiind cea corespunzătoare rezonanței de tip „A". Se vede că impedanța de mișcare crește proporțional cu pătratul numărului de spire al bobinajului și scade odată cu creșterea solenației (fig. 7a și b).

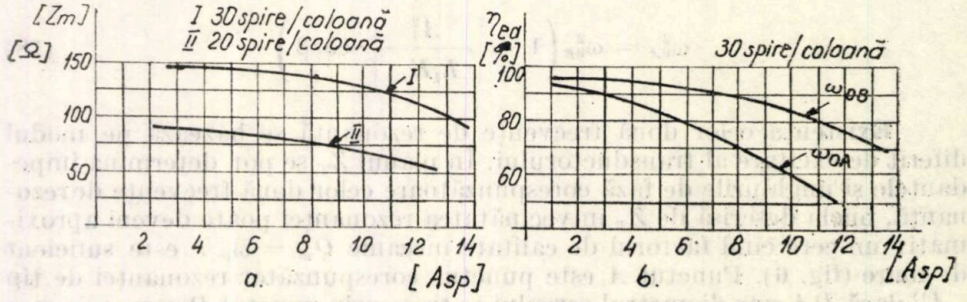


Fig. 7. Impedanța de mișcare pentru diferite forțe magnetomotoare.

Se vede că cu cît solenația este mai mare, randamentul electroacustic η_{ea} scade, la valori cuprinse între 50—60% pentru domeniul de lucru cerut în aplicațiile tehnologice.

Un alt parametru foarte important în cazul acestor transductori pe bază de ferite este eficiența transductorului η_e :

$$\eta_e = \frac{\text{Puterea furnizată blocului ultrasonic}}{\text{Puterea consumată de transductor}} \tag{23}$$

Calea cea mai directă de măsurare a eficienței transductorului este de a trasa locurile geometrice descrise de vectorii Z_T, cînd frecvența variază, acest loc geometric avînd forma unei bucle în planul complex. În figura 8 se prezintă modul de variație a lui Z_T pentru un ansamblu transductor-concentrator plasat în aer (fig. 8, a), supus unei forțe de apăsare de 20N (fig. 8, b) și de 60 N (fig. 8, c), mediul acustic de lucru fiind o placă de oțel. Luîndu-se ca referință situația în care transductorul este fără sarcină, se poate scrie pentru randament relația :

$$\eta_e = \frac{D_s}{R_t}\left(\frac{D_A - D_s}{D_A}\right) \tag{24}$$

în care : D_A este diametrul cercului cînd transductorul este în aer ; D_s — diametrul cercului cînd transductorul este în sarcină ; $R_T = R_e[Z_T]_{\omega=\omega_0}$.

Pentru cele două forțe de apăsare, rezultă conform relației (24) că eficiența transductorului scade de la $\eta_e = 63\%$ la $\eta_e = 52\%$. De aici se pot trage concluzii foarte importante în legătură cu forța de apăsare statică asupra transductorului. Această forță de apăsare asupra transductorului nu poate fi luată întîmplător, ea trebuie să aibă o valoare în așa fel încît D_s să se găsească într-o vecinătate a lui $D_A/2$. De asemenea, aceasta este în legătură directă și cu tensiunile mecanice pe care le poate suporta ferita. Fiind un material ceramic, la depășirea limitei de elasticitate feritele se sparg. Acest lucru se constată la încercări acustice excesive sau mai mari decît cea limită. Aceste fenomene au permis punerea în evidență a zonelor periculoase de fisurare și permit tragerea unor concluzii importante în legătură cu natura și calitatea materialelor, precum și în legătură cu tehnologia de execuție a feritelor. O altă concluzie foarte importantă este aceea că trebuie avută în vedere greutatea concentratorului ce se adaptează la transductor, cu cît concentratorul este mai greu (în anumite limite), pentru obținerea unui randament η_e maxim este necesară o forță de apăsare mai mare decît pentru niște concentratoare ușoare. În urma experimentărilor efectuate rezultă că pentru obținerea unui regim de lucru optim, concentratorul nu trebuie proiectat independent de tipul de transductor utilizat, aceasta deoarece frecvențele de rezonanță pentru transductorul liber și pentru ansamblul transductor-concentrator, în sarcină, pot să difere foarte mult ajungîndu-se la un $\Delta f > 0{,}5 \ldots 1{,}0$ kHz. Schema montajului folosit pentru determinarea frecvențelor de rezonanță a transductorilor pe bază de ferite magnetostrictive este dată în figura 9.

Avînd în vedere cele de mai sus se impune studierea atentă a influenței formei, masei, modului de prindere și naturii materialului din care este confecționat concentratorul care, în general provoacă scăderea frecvenței de rezonanță, De asemenea, este recomandabil ca proiectarea și

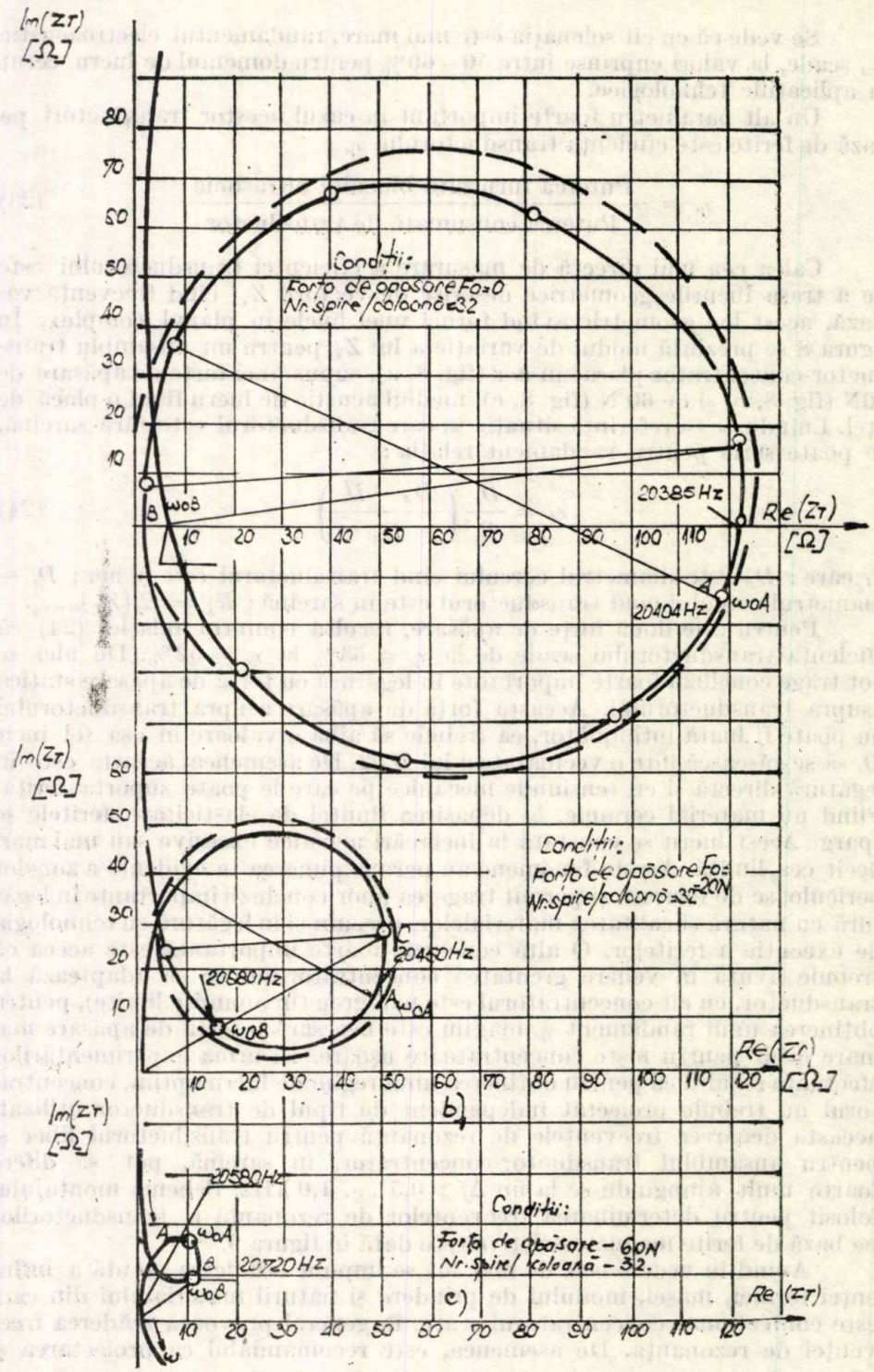


Fig. 8. Modul de variaţie al impedanţei Z_r pentru un ansamblu transductor-concentrator prezentat în lucrarea [6].

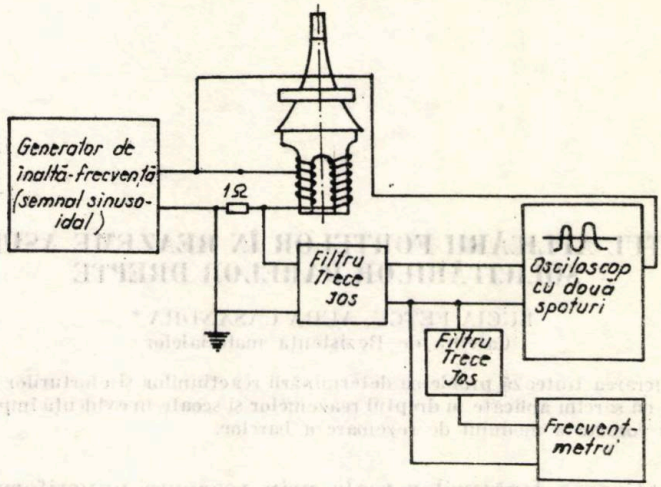


Fig. 9. Schema montajului pentru măsurarea frecvențelor de rezonanță ale transductorului în regim de funcționare.

calculul blocului ultrasonic să se facă ca un tot unitar și nu prin elementele sale luate separat, încercările la care se supune și testările ce trebuie efectuate făcîndu-se atît la mersul în gol cît și în sarcină.

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Amza*, Stadiul actual al studiului fenomenelor de deformare plastică în cîmp ultrasonor, Referat nr. 1, Catedra Tehnologia Metalelor, București, 1976.
2. *Gh. Amza, D. Drimer*, The design and construction of solid concentrators for ultrasonic energy — Ultrasonics, London, september 1976, pg. 222—226.
3. *A. C. Angus, E. A. Neppiras*, Nickelbared magnetostrictive alloys for electromechanical transducers ultrasonics, july, 1969.
4. *N. Atanasiu, Gh. Amza, C. Radu*, Contribuții privind calculul și construcția concentratoarelor de energie ultrasonoră, Construcția de Mașini Unelte nr. 2—3, București.
5. *Gh. Amza*, Cercetări teoretice și experimentale privind calculul și construcția ansamblului transductor concentrator de energie ultrasonoră, Sesiunea „Tehnologii moderne în Construcția de Mașini", Galați, nov. 1977.
6. *Gh. Amza*, Calculul și construcția blocurilor ultrasonice pe bază de ferite. Sesiunea Tehnologii moderne în industria constructoare de mașini, Galați, nov. 1977.
7. *I. P. Goleamina, N. F. Szyskina*, Certain Technological Problem of Ferite Production for Acoustical Purposes, Proceedings of the Symposium on Electroacustic Transducers, Warszawa, p. 175—182.
8. *Y. Kikuchi*, Performances of Magnetostrictive Transducers, J.A.S.A., 29, 5, 569—573, 1967.
9. *V. P. Severdenko, V. Kulbavici*, Ultrazvuk i plasticinosti, izdeatelistvo Nauka i Tehnica, Minsk 1976.
10. *C. E. Winsper, D. H. Sansome*, Metal Forming (38(3) 1971, pg. 71—75.

Contributions théorique et expérimentales regardant les types constructifs des blocs ultrasonores la composition des élements constructifs qui caractérisent le façonnage en champ ultrasonore.

L'ouvrage présente une méthode de calcul, construction-projection et exécution des blocs ultrasoniques utilisés pour différents types d'usinage en champs ultrasonores. On y analyse particulièrement les blocs ultrasoniques en toles de Ni magnétostrictif et, ensuite, les blocs en ferrites magnétostrictives. Il y en résulte que pour une efficience élevée des blocs ultrasoniques il est necessaire de faire le calcul et la projection du bloc comme une entité et non pas séparément pour les éléments composants.

C.Z.: 539.4
620.173

EFECTUL APLICĂRII FORȚELOR ÎN REAZEME ASUPRA SOLICITĂRILOR BARELOR DREPTE

LUCIA FETCU, AURA CASANDRA *
Catedra de Rezistența materialelor

Lucrarea tratează problema determinării reacțiunilor și eforturilor în bare încărcate cu sarcini aplicate în dreptul reazemelor și scoate în evidență importanța modelării corecte a modului de rezemare a barelor.

Schematizarea legăturilor reale prin reazeme punctiforme rigide a condus la formarea reprezentării, în general corecte, că forțele aplicate pe bare într-o secțiune de prindere sînt preluate integral de reazemul respectiv și nu produc eforturi în bare.

Această constatare rămîne valabilă și în cazul reazemelor deformabile, dacă bara considerată formează un sistem static determinat din punct de vedere mecanic (fig. 1); condițiile de echilibru arată că în reazemul încărcat apare o reacțiune egală cu forța aplicată, cealaltă reacțiune rezultînd nulă, independent de tipul de reazem simplu considerat. O bară astfel încărcată are momentul încovoietor nul pe toată lungimea ei.

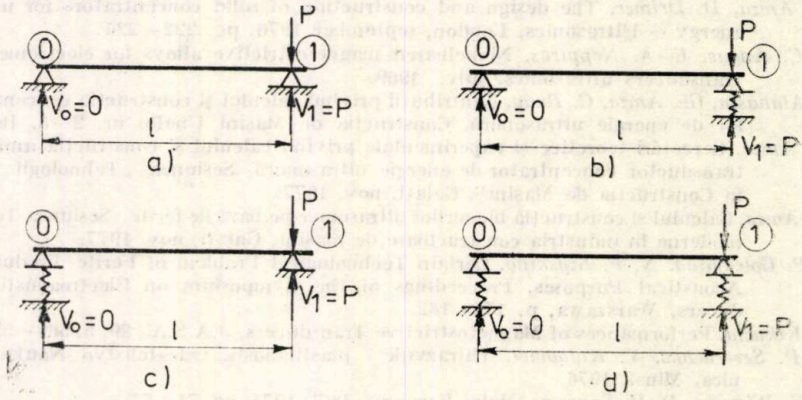


Fig. 1

În cazul general al unui sistem static nedeterminat rezultatele pot fi diferite. Pentru discutarea lor s-a considerat exemplul unei grinzi continue pe trei reazeme elastice, asupra căreia se aplică o forță concentrată P într-unul din reazemele exterioare (fig. 2).

Reacțiunile V_0, V_1, V_2 satisfac condițiile de echilibru:

$$\begin{cases} V_0 + V_1 + V_2 = P \\ V_0(l_1 + l_2) + V_1 l_2 = 0 \end{cases} \tag{1}$$

* Șef lucrări dr. ing.; Asist. ing., catedra Rezistența materialelor

și, de asemenea condițiile de deformație ale reazemelor :

$$\begin{cases} V_0 = k_0 \cdot \delta_0 \\ V_1 = k_1 \cdot \delta_1 \\ V_2 = k_2 \cdot \delta_2 \end{cases} \qquad (2)$$

unde δ_0, δ_1, δ_2 sînt deplasările în reazeme, egale cu săgețile grinzii continue în secțiunile respective. Condițiile de deformație pentru grindă, exprimate cu metoda parametrilor inițiali :

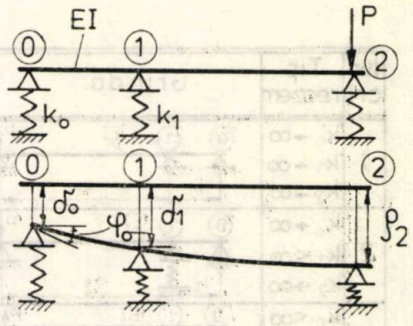


Fig. 2

$$\begin{cases} EI\delta_1 = EI\delta_0 + EI\varphi_0 \, l_1 - V_0 \dfrac{l_1^3}{6} \\ EI\delta_2 = EI\delta_0 + EI\varphi_0 (l_1 + l_2) - V_0 \dfrac{(l_1 + l_2)^3}{6} - V_1 \dfrac{l_2^3}{6} \end{cases} \qquad (3)$$

completează sistemul de ecuații, care, prin rezolvare conduce la următoarele expresii pentru reacțiuni :

$$\begin{cases} V_0 = -\dfrac{P}{\dfrac{l_1}{l_2} + \dfrac{k_2}{k_0} \cdot \dfrac{l_2}{l_1} + \dfrac{k_2}{k_1} \cdot \dfrac{(l_1 + l_2)^2}{l_1 l_2} + k_2 \dfrac{l_1 l_2 (l_1 + l_2)}{3EI}} \\ V_1 = \dfrac{P \cdot \dfrac{l_1 + l_2}{l_2}}{\dfrac{l_1}{l_2} + \dfrac{k_2}{k_0} \cdot \dfrac{l_2}{l_1} + \dfrac{k_2}{k_1} \cdot \dfrac{(l_1 + l_2)^2}{l_1 l_2} + k_2 \dfrac{l_1 l_2 (l_1 + l_2)}{3EI}} \\ V_2 = \dfrac{P \dfrac{l_1 + l_2}{l_2} \left[\dfrac{k_2}{k_0} \cdot \dfrac{l_2^2}{(l_1 + l_2) l_1} + \dfrac{k_2}{k_1} \cdot \dfrac{l_1 + l_2}{l_1} + k_2 \dfrac{l_1 l_2^2}{3EI} \right]}{\dfrac{l_1}{l_2} + \dfrac{k_2}{k_0} \cdot \dfrac{l_2}{l_1} + \dfrac{k_2}{k_1} \cdot \dfrac{(l_1 + l_2^2)}{l_1 l_2} + k_2 \dfrac{l_1 l_2 (l_1 + l_2)}{3EI}} \end{cases} \qquad (4)$$

Se constată că valorile reacțiunilor depind de rigiditatea grinzii EI și de constantele elastice ale reazemelor, k_0, k_1, k_2.

Considerînd grinda deformabilă ($EI < \infty$) se pot obține reacțiunile V_0, V_1, V_2 pentru diferite combinații de reazeme rigide ($k \to \infty$) sau elastice ($k < \infty$), prin trecerea la limită în relațiile (4).

În tabelul 1 sînt prezentate rezultatele obținute.

Se poate observa că o forță aplicată pe grindă într-un reazem este preluată integral de reazemul respectiv numai dacă acesta este rigid; cînd reazemul încărcat este deformabil, forța se distribuie și pe celelalte reazeme, indiferent dacă acestea sînt elastice sau rigide. În acest ultim caz, bara e solicitată la încovoiere (fig. 3) cu momentul maxim :

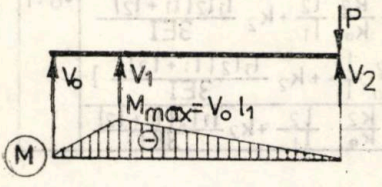
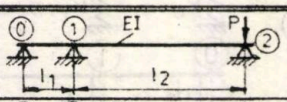
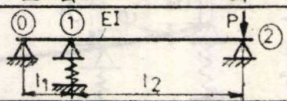
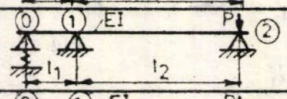
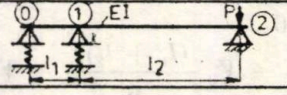
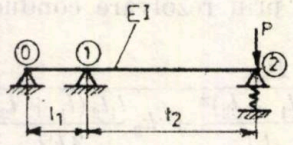
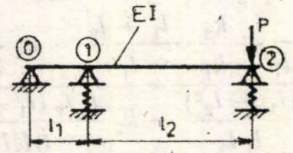
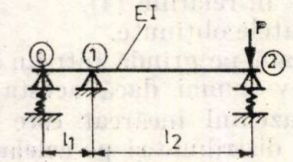


Fig. 3

$$M_{max} = M_1 = V_0 l_1 = (P - V_2) l_2 \qquad (5)$$

Tabelul 1

Nr. crt.	Tip reazem	Grinda	Reacțiuni	Mom. max.
1	$k_0 \to \infty$ $k_1 \to \infty$ $k_2 \to \infty$		$V_0 = 0$ $V_1 = 0$ $V_2 = P$	0
2	$k_0 \to \infty$ $k_1 < \infty$ $k_2 \to \infty$		$V_0 = 0$ $V_1 = 0$ $V_2 = P$	0
3	$k_0 < \infty$ $k_1 \to \infty$ $k_2 \to \infty$		$V_0 = 0$ $V_1 = 0$ $V_2 = P$	0
4	$k_0 < \infty$ $k_1 < \infty$ $k_2 \to \infty$		$V_0 = 0$ $V_1 = 0$ $V_2 = P$	0
5	$k_0 \to \infty$ $k_1 \to \infty$ $k_2 \to \infty$		$V_0 = -\dfrac{P}{\frac{l_1}{l_2} + k_2 \cdot \frac{l_1 l_2 (l_1+l_2)}{3EI}}$ $V_1 = \dfrac{P \cdot \frac{l_1+l_2}{l_2}}{\frac{l_1}{l_2} + k_2 \cdot \frac{l_1 l_2 (l_1+l_2)}{3EI}}$ $V_2 = \dfrac{P k_2 \cdot \frac{l_1 l_2 (l_1+l_2)}{3EI}}{\frac{l_1}{l_2} + k_2 \cdot \frac{l_1 l_2 (l_1+l_2)}{3EI}}$	$V_0 l_1$
6	$k_0 \to \infty$ $k_1 < \infty$ $k_2 < \infty$		$V_0 = -\dfrac{P}{\frac{l_1}{l_2} + \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{(l_1+l_2)^2}{l_1 l_2} + k_2 \frac{l_1 l_2 (l_1+l_2)}{3EI}}$ $V_1 = \dfrac{P \cdot \frac{l_1+l_2}{l_2}}{\frac{l_1}{l_2} + \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{(l_1+l_2)^2}{l_1 l_2} + k_2 \frac{l_1 l_2 (l_1+l_2)}{3EI}}$ $V_2 = \dfrac{P[\frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{(l_1+l_2)^2}{l_1 l_2} + k_2 \frac{l_1+l_2}{3EI} l_1 l_2]}{\frac{l_1}{l_2} + \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{(l_1+l_2)^2}{l_1 l_2} + k_2 \frac{l_1 l_2 (l_1+l_2)}{3EI}}$	$V_0 l_1$
7	$k_0 < \infty$ $k_1 \to \infty$ $k_2 < \infty$		$V_0 = -\dfrac{P}{\frac{l_1}{l_2} + \frac{k_2}{k_0} \cdot \frac{l_2}{l_1} + k_2 \frac{l_1 l_2 (l_1+l_2)}{3EI}}$ $V_1 = \dfrac{P \cdot \frac{l_1+l_2}{l_2}}{\frac{l_1}{l_2} + \frac{k_2}{k_0} \cdot \frac{l_2}{l_1} + k_2 \frac{l_1 l_2 (l_1+l_2)}{3EI}}$ $V_2 = \dfrac{P[\frac{k_2}{k_0} \cdot \frac{l_2}{l_1} + k_2 \frac{l_1 l_2 (l_1+l_2)}{3EI}]}{\frac{l_1}{l_2} + \frac{k_2}{k_0} \cdot \frac{l_2}{l_1} + k_2 \frac{l_1 l_2 (l_1+l_2)}{3EI}}$	$V_0 l_1$

Cînd rigiditatea barei e mult mai mare decît a reazemelor, relațiile (4), considerate la limită pentru $EI \to \infty$, arată cum se distribuie forța P prin intermediul unei traverse rigide în elementele deformabile cu constantele elastice k_0, k_1, k_2.

În tabelul 2 sînt prezentate rezultatele obținute în această ipoteză pentru cazurile particulare 1 ÷ 7 indicate în tabelul 1.

Tabelul 2

Nr. crt.	Reacțiuni	Nr. crt.	Reacțiuni
1	CAZ DE NEDETERMINARE	5	$V_0' = -\frac{l_2}{l_1} P$ $V_1' = \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right) P$ $V_2' = 0$
2	$V_0' = 0$ $V_1' = 0$ $V_2' = P$	6	$V_0' = -\dfrac{P}{\frac{l_1}{l_2} + \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{(l_1 + l_2)^2}{l_1 l_2}}$ $V_1' = \dfrac{P \cdot \frac{l_1 + l_2}{l_2}}{\frac{l_1}{l_2} + \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{(l_1 + l_2)^2}{l_1 \cdot l_2}}$ $V_2' = \dfrac{P \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{(l_1 + l_2)^2}{l_1 l_2}}{\frac{l_1}{l_2} + \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{(l_1 + l_2)^2}{l_1 \cdot l_2}}$
3	$V_0' = 0$ $V_1' = 0$ $V_2' = P$		
4	$V_0' = 0$ $V_1' = 0$ $V_2' = P$	7	$V_0' = -\dfrac{P}{\frac{l_1}{l_2} + \frac{k_2}{k_0} \cdot \frac{l_2}{l_1}}$ $V_1' = \dfrac{P \frac{l_1 + l_2}{l_2}}{\frac{l_1}{l_2} + \frac{k_2}{k_0} \cdot \frac{l_2}{l_1}}$ $V_2' = \dfrac{P \frac{k_2}{k_0} \cdot \frac{l_2}{l_1}}{\frac{l_1}{l_2} + \frac{k_2}{k_0} \frac{l_2}{l_1}}$

```
  10 REM ***CALCULL REACTIUNILOR
 IN GRINDA
  20 PRINT "CALCULUL REACTIUNILO
R IN GRINDA"
  30 PRINT "--------------------
----------"
  39 LET Z=0
  40 PRINT "ESTE GRINDA RIGIDA?
";
  41 INPUT X$
  42 PRINT X$
  43 IF X$<>"DA" THEN GOTO 49
  45 LET D=0
  46 LET Z=Z+1
  48 GOTO 55
  49 PRINT "EI=? ";
  50 INPUT H
  51 PRINT H
  52 LET D=1/H
  55 PRINT "ESTE REAZEMUL 0 RIGI
D? ";
  56 INPUT X$
  57 PRINT X$
  60 IF X$<>"DA" THEN GOTO 70
  61 LET A=0
  62 LET Z=Z+1
  63 GOTO 74
  70 PRINT "K0=? ";
  71 INPUT I
  72 PRINT I
  73 LET A=1/I
  74 PRINT "ESTE REAZEMUL 1 RIGI
D? ";
  75 INPUT X$
  76 PRINT X$
  77 IF X$<>"DA" THEN GOTO 81
  78 LET B=0
  79 LET Z=Z+1
  80 GOTO 85
  81 PRINT "K1=? ";
  82 INPUT J
  83 PRINT J
  84 LET B=1/J
  85 PRINT "ESTE REAZEMUL 2 RIGI
D? ";
  86 INPUT X$
  87 PRINT X$
  88 IF X$<>"DA" THEN GOTO 94
  89 LET C=0
  90 LET Z=Z+1
  91 IF Z<4 THEN GOTO 98
  92 PRINT "CAZ NEDETERMINAT"
  93 STOP
  94 PRINT "K2=? ";
  95 INPUT K
  96 PRINT K
  97 LET C=1/K
  98 PRINT "L1=? ";
  99 INPUT L
 100 PRINT L
 101 PRINT "L2=? ";
 102 INPUT M
 103 PRINT M
 104 PRINT "P=? ";
 105 INPUT N
 106 PRINT N
 107 REM *CALCULUL NUMITORULUI C
OMUN
 108 LET R=C*L/M+A*M/L+B*(L+M)**
2/L/M+L*M*(L+M)/3*D
 109 REM CALCULUL REACTIUNII V0
 110 LET O=-1*C*N/R
 111 REM CALCULUL REACTIUNII V1
 112 LET P=C*(L+M)*N/M/R
 113 REM  CALCULUL REACTIUNII V2
 114 LET Q=N*(L+M)/M*(A*M**2/(L+
M)/L+B*(L+M)/L+L*M**2*D/2)/R
 115 PRINT "REACTIUNEA V0=";O;"
N."
 116 PRINT "REACTIUNEA V1=";P;"
N."
 117 PRINT "REACTIUNEA V2=";Q;"
N."
 118 LET V=O+P+Q
 119 PRINT "VERIFICARE V0+V1+V2=
P=";V;" N."
```

←Fig. 4

Fig. 5

```
CALCULUL REACTIUNILOR IN GRINDA
--------------------------------
ESTE GRINDA RIGIDA? NU
EI=? 142.8
ESTE REAZEMUL 0 RIGID? NU
K0=? 1.42E-7
ESTE REAZEMUL 1 RIGID? NU
K1=? 1.42E-7
ESTE REAZEMUL 2 RIGID? NU
K2=? 1.42E-7
L1=? 1000
L2=? 1000
P=? 1000
REACTIUNEA V0=-150.06408 N.
REACTIUNEA V1=300.16816 N.
REACTIUNEA V2=849.91592 N.
VERIFICARE V0+V1+V2=P=1000 N.


CALCULUL REACTIUNILOR IN GRINDA
--------------------------------
ESTE GRINDA RIGIDA? NU
EI=? 142
ESTE REAZEMUL 0 RIGID? NU
K0=? 3.53E-7
ESTE REAZEMUL 1 RIGID? DA
ESTE REAZEMUL 2 RIGID? NU
K2=? 2.54E-7
L1=? 1000
L2=? 550
P=? 685
REACTIUNEA V0=-251.63187 N.
REACTIUNEA V1=709.14437 N.
REACTIUNEA V2=227.4875 N.
VERIFICARE V0+V1+V2=P=685 N.


CALCULUL REACTIUNILOR IN GRINDA
--------------------------------
ESTE GRINDA RIGIDA? DA
ESTE REAZEMUL 0 RIGID? DA
ESTE REAZEMUL 1 RIGID? DA
ESTE REAZEMUL 2 RIGID? DA
CAZ NEDETERMINAT
```

Pentru calculul mai rapid și mai eficient al reacțiunilor se poate utiliza un program pe calculator.

Acesta realizează identificarea cazului concret în care se află problema, funcție de rigiditatea grinzii și a reazemelor, calculează și afișează rezultatele.

Ținînd seama de universalitatea folosirii sale pe toate tipurile de minicalculatoare, mai ales pe din ce în ce mai răspînditele calculatoare așa-zise „personale" (AMIC—I.P.B., SINCLAIR, APPLE, IBM, P.C., etc.) programul a fost scris în limbajul BASIC.

Listingul prezentat în figura 4 a fost obținut în urma rulării pe un SINCLAIR ZX81, dar programul poate fi rulat pe orice calculator ce lucrează în BASIC.

Datele se introduc în regim convențional, la solicitarea calculatorului, și sînt afișate imediat pe ecran. După calculul și afișarea rezultatelor se realizează testul de verificare :

$$V_0 + V_1 + V_2 = P.$$

În fig. 5 sînt prezentate cîteva exemple de calcul pentru diferite tipuri de grinzi și reazeme.

Rezultatele expuse mai sus atrag atenția asupra importanței pe care o are operația de schematizare a legăturilor reale cînd grinda este încărcată în dreptul reazemelor : neglijarea deformabilității reazemelor poate conduce la concluzia falsă că eforturile în bare sînt nule. Relațiile de calcul obținute permit evaluarea solicitărilor în bară și dau posibilitatea luării unei decizii corecte în privința oportunității neglijării lor.

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Buzdugan*, Rezistența materialelor, Editura tehnică, București, 1980
2. *J. Coan*, Advanced Basic — Applications and Problems, Hayden Book Company, Inc. New-Jersey, 1977.

Effect of Loading at the Supporting Points, on Interral Forces in Straight Beams

The paper deals with the calculating reactions, bending moments and shear forces in beams loaded at the supporting points. It outlines how important is to corectly model the beam supports.

C.Z.: 621.915.:669.71+669.3

CERCETĂRI ASUPRA PRELUCRABILITĂȚII PRIN FREZARE A ALIAJELOR DE TIP Al-Cu-Mg ȘI Al-Zn-Cu-Mg ELABORATE ÎN ȚARĂ

C. I. IONESCU, ALEXANDRINA MIHAI, C. MIHAI *

În lucrare sînt prezentate unele rezultate experimentale privind optimizarea parametrilor regimului de prelucrare prin frezare după criteriul rugozității suprafeței prelucrate, precum și modelarea matematică a rezultatelor obținute.

1. Introducere

Avînd în vedere criza energetică mondială și problemele actuale pe care le implică, o sarcină deosebit de importantă care se impune se referă la reducerea consumului de energie pe toate căile și în toate domeniile unde acest lucru este posibil.

Plecînd de la această idee s-au făcut cercetări asupra prelucrabilității prin așchiere a unui grup de aliaje de aluminiu în scopul optimizării parametrilor regimului de așchiere. Aceste aliaje au o bună prelucrabilitate prin așchiere și rezistență specifică redusă, ceea ce permite prelucrarea cu consum redus de energie.

S-au luat în considerare aliajele de aluminiu din grupele AlCuMg și AlZnCuMg (produse în țara noastră de Întreprinderea de aluminiu Slatina) care au o largă utilizare în construcții aeronautice și navale, în industria chimică, transporturi etc.

Aprecierea prelucrabilității prin așchiere s-a făcut după criteriul calității suprafeței, pentru operația de frezare, care ocupă un loc important în cadrul operațiilor de așchiere a aliajelor menționate.

2. Condiții experimentale

Materiale utilizate: în experimentările efectuate s-au folosit bare extrudate și recoapte cu diametrul Ø 50 mm, cu compoziția chimică și caracteristicile mecanice date în tabelul 1.

Tabelul 1

Denumire aliaj	Compoziția chimică în %										σ_R N/mm²
	Cu	Mn	Mg	Si	Fe	Cr	Zn	Ti	Zr	Al	
AlCu4Mg1	4,66	0,74	0,74	0,21	0,28	—	0,09	0,08	0,08	rest	205
AlZn5Cu2Mg2	1,46	0,28	2,21	0,17	0,32	0,20	5,56	0,22	0,07	rest	257

* Șef lucrări ing.; As. ing., catedra T.M.S., Șef lucrări ing., catedra Electrotehnică

Echipament și aparatură : prelucrările prin așchiere s-au executat pe o mașină de frezat universală cu freze din oțel rapid cilindro-frontale cu dinți înclinați. Diametrul frezelor a fost de Ø 35 mm și numărul de dinți $z = 2$.

Parametrii regimului de frezare au fost : avansul $s_d = 0{,}03 \ldots 1{,}0$ mm/dinte, adîncimea de așchiere $t = 3$ mm și turația $n = 600 \div 2000$ rot/min. Prelucrarea s-a executat cu partea frontală a frezei, iar rugozitatea suprafeței prelucrate a fost măsurată cu un rugozimetru cu palpator tip Taylor-Hobson. Ca medii de răcire-ungere s-au folosit : petrol, apă saponată, emulsol 1/40 și ulei mineral.

3. Rezultate experimentale

În urma prelucrărilor efectuate cu avans variabil în domeniul $s_d = 0{,}03 \ldots 1{,}0$ mm/dinte și ceilalți parametri constanți, s-au construit diagrame în coordonate rugozitate — avans pentru diferite valori ale vitezei de așchiere (fig. 1 și fig. 2).

Pentru generalizarea rezultatelor obținute experimental s-au elaborat modele matematice care să descrie cît mai fidel dependența rugozității de avans în condițiile reale de prelucrare. S-a obținut relația :

$$R_a = K_{s1} \cdot s_d^{K_{s2}} \qquad (1)$$

unde, coeficienții K_{s1} și K_{s2} s-au calculat pentru fiecare din aliajele de aluminiu studiate, fiind prezentați în tabelul 2.

Tabelul 2

v_{as} m/min	Aliajul			
	AlCu4Mg1		AlZn5Cu2Mg2	
	K_{s1}	K_{s2}	K_{s1}	K_{s2}
66	0,890	0,058	0,785	0,047
88	0,778	0,075	0,705	0,034
110	0,670	0,087	0,687	0,034
135	0,568	0,066	0,636	0,029
176	0,473	0,066	0,557	0,034
220	0,443	0,066	0,489	0,045

Curbele teoretice determinate cu relația (1) au fost reprezentate cu linie continuă în figurile de mai jos, iar curbele experimentale cu linie întreruptă pe aceleași figuri.

În figura 1 este prezentată influența avansului asupra rugozității pentru aliajul AlCu4Mg1 și în figura 2 este prezentată influența avansului asupra rugozității pentru aliajul AlZn5Cu2Mg2.

Din studiul diagramelor se poate observa că avansul influențează în mare măsură calitatea suprafeței prelucrate. O creștere mai accentuată a rugozității în funcție de avans se înregistrează în domeniul avansurilor mici ($s_d \leqslant 0{,}4$ mm/dinte pentru aliajul AlCu4Mg1 și $s_d \leqslant 0{,}2$ mm/

dinte pentru AlZn5Cu2Mg2). Peste aceste valori variația devine aproape liniară. Pentru viteze mari de așchiere se obțin rugozități mai reduse la AlCu4Mg1 decît la aliajul AlZn5Cu2Mg2.

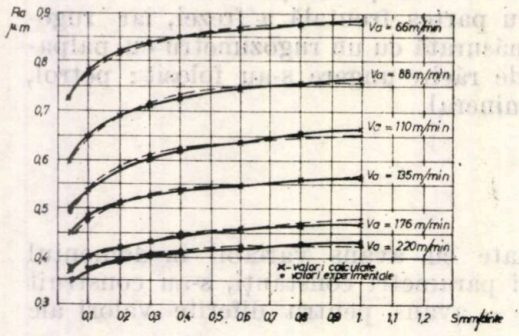


Fig. 1. Influența avansului asupra rugozității pentru aliajul AlCu4Mg1

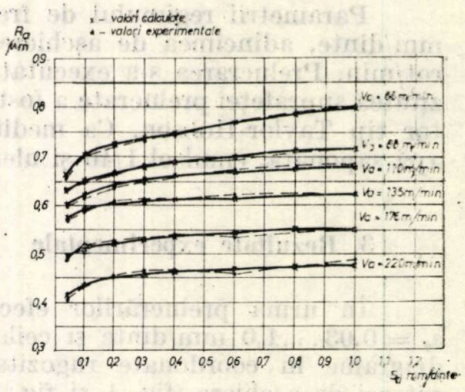


Fig. 2. Influența avansului asupra rugozității pentru aliajul AlZn5Cu2Mg2

Influența vitezei de așchiere. Pentru a pune în evidență influența vitezei de așchiere asupra rugozității s-au executat prelucrări cu viteze de așchiere în domeniul v_{as}=66 . . . 220 m/min. În general, se constată o scădere continuă a rugozității în funcție de viteza de așchiere. Se observă (fig. 1 și 2) că în domeniul vitezelor mici, rugozitatea obținută la AlCu4Mg1 este mai mare decît la AlZn5Cu2Mg2 (0,89 μm, față de 0,78 μm pentru v_{as} = 66 mm/min și s_d = 1 mm/dinte, iar în zona vitezelor mari de așchiere se obțin pentru AlCu4Mg1 valori ale rugozității mai reduse decît pentru AlZn5Cu2Mg2 (pentru v_{as} = 220 m/min și s_d = 0,03 mm/dinte la AlCu5Mg1 s-a obținut R_a = 0,35 μm, iar la AlZn5Cu2Mg2 R_a = 0,42 μm).

Influența geometriei sculei. În scopul optimizării geometriei sculei s-au efectuat experimentări cu regimuri de așchiere constante (s_d = 0,4 mm/dinte, n = 1600 rot/min, t = 3 mm), variind pe rînd parametrii geometrici ai sculei (unghiurile de degajare γ, de așezare α_f și de înclinare λ).

Rezultatele experimentale au fost prezentate în figurile 3,4 și 5, curbele respective fiind trasate cu linie punctată.

Analizînd aceste diagrame, s-a observat că variația rugozității în funcție de unghiurile frezei este în general direct proporțională. Modelul matematic propus este ecuația unei drepte care descrie cel mai fidel această variație. Curbele teoretice obținute cu relația (2) au fost trasate cu linie continuă pe aceleași figuri.

$$R_a = K_1 \cdot s_d + K_2 \qquad (2)$$

unde, K_1 și K_2 sînt coeficienți specifici fiecărui parametru geometric al sculei. În tabelul 3 sînt prezentate valorile acestor coeficienți pentru aliajele studiate.

Tabelul 3

Parametrul geometric al sculei	Aliajul			
	AlCu4Mg1		AlZn5Cu2Mg2	
	K_1	K_2	K_1	K_2
αf	0,047	0,210	0,051	0,024
γ	0,022	0,100	0,022	0,210
λ	0,010	0,315	0,012	0,480

Analizînd diagramele din figurile 3,4 și 5 se poate aprecia că se preferă valori mici ale tuturor unghiurilor luate în considerare.

Se observă, în general, rugozități mai reduse cu aproximativ 10% pentru AlCu4Mg1 decît pentru AlZn5Cu2Mg2.

Influența mediului de răcire-ungere. La prelucrarea prin așchiere a aliajelor de aluminiu căldura dezvoltată datorită frecării de contact este mică, totuși se recomandă folosirea lichidelor de răcire-ungere pentru îmbunătățirea prelucrabilității și calității suprafețelor. În scopul determinării

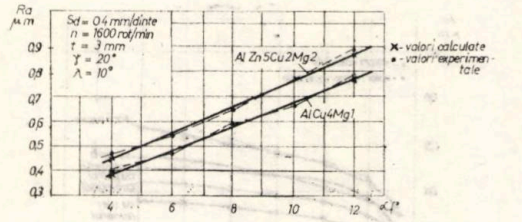


Fig. 3. Influența unghiului de așezare asupra rugozității

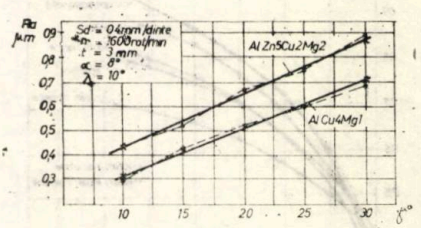


Fig. 4. Influența unghiului de degajare asupra rugozității

cantitative a influenței diferitelor medii de răcire-ungere asupra rugozității suprafeței prelucrate s-au efectuat o serie de prelucrări în condiții similare din punct de vedere al parametrilor regimului de așchiere, dar cu diverse medii de răcire-ungere (pentru comparație s-au efectuat prelucrări și fără răcirea sculei). În figurile 6 și 7 au fost prezentate rezultatele experimentale obținute (curbele trasate cu linie întreruptă).

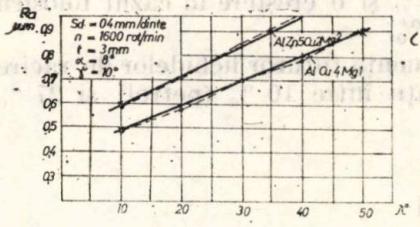


Fig. 5. Influența unghiului de înclinare asupra rugozității.

Prelucrarea matematică a datelor experimentale prin metoda celor mai mici pătrate a permis trasarea unor curbe teoretice (reprezentate pe aceleași figuri cu linie continuă) descrise de relația matematică (3):

$$R_a = K_{r1} \cdot S_d^{K_{r2}} \qquad (3)$$

unde, K_{r1} și K_{r2} sînt coeficienți care depind de mediul de răcire.

Valorile acestor coeficienți au fost calculate pentru fiecare mediu și au fost prezentate în tabelul 4.

Tabelul 4

Mediul de răcire	Aliajul			
	AlCu4Mg1		AlZn5Cu2Mg2	
	K_{r1}	K_{r2}	K_{r1}	K_{r2}
fără răcire	0,963	0,256	0,568	0,128
cu apă saponată	1,156	0,300	0,521	0,319
cu emulsol	0,956	0,250	0,440	0,099
cu petrol	1,100	0,289	0,525	0,149
cu ulei mineral	0,800	0,197	0,414	0,116

În figura 6 este prezentată influența lichidelor de răcire-ungere asupra rugozității pentru aliajul AlCu4Mg1; în figura 7 este prezentată aceeași influență pentru aliajul AlZn5Cu2Mg2.

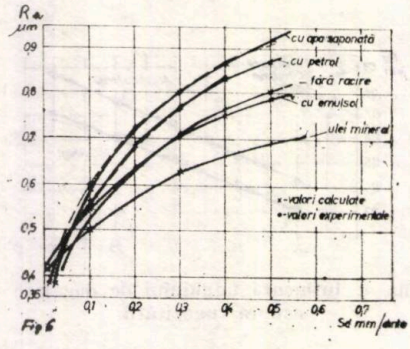


Fig. 6. Influența lichidelor de răcire-ungere asupra rugozității pentru aliajul AlCu4Mg1.

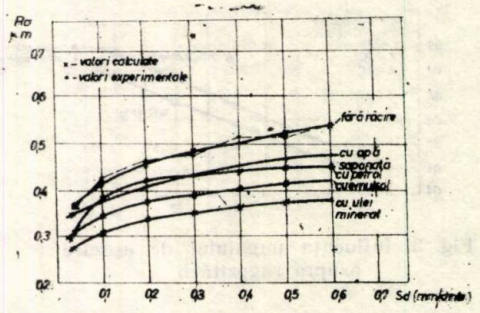


Fig. 7. Influența lichidelor de răcire -ungere aupra rugozității pentru aliajul AlZn5Cu2Mg2.

Pentru AlCu4Mg1 se constată o reducere a rugozității în special prin folosirea uleiului mineral, în medie cu 10 % și o creștere în cazul folosirii petrolului și apei saponate, în medie cu 8 %.

În cazul aliajului AlZn5Cu2Mg2 influența tuturor lichidelor de răcire utilizate este în sensul scăderii rugozității între 10 % (petrol) și 27 % (ulei mineral).

Concluzii

Experimentările efectuate au permis punerea în evidență a unor aspecte privind modul cum influențează regimul de așchiere și geometria sculei asupra rugozității suprafeței prelucrate, astfel încît s-au stabilit regimuri optime de prelucrare prin frezare și parametri geometrici ai frezelor pentru frezarea de finisare.

Datele obținute s-au prezentat sintetic în tabelul 5.

Tabelul 5

Aliajul	R_a μm	Regim de prelucrare			Parametrii sculei			Lichid de răcire
		viteza de așchiere m/min	viteza de avans mm/din.	adînc. de așchiere mm	α_f	γ	λ	
AlCu4Mg1	⩽0,4	>176	<0,3	3	<4°	<15°	<5°	ulei mineral
	0,4—0,8	176—88	>0,3	3	4°—12°	15—30°	5°—40°	
	>0,8	<88	>0,3	3	>12°	>30°	>40°	
AlZn5Cu2Mg2	⩽0,4	>220	<0,1	3	<3°30′	<10°	<3°	ulei mineral
	0,4—0,8	220—66	0,1—1,0	3	3°—10°30′	10—25°	3—25°	
	>0,8	<66	>1,0	3	>10°30′	>25°	>25°	

Cercetările efectuate asupra aliajelor de aluminiu deformabile din grupele AlCuMg și AlZnCuMg au dovedit că aceste aliaje se pot prelucra prin frezare în condiții bune pe mașini unelte universale cu scule standardizate.

Modelele matematice elaborate permit generalizarea rezultatelor obținute și stabilirea regimurilor de așchiere optime pentru realizarea unei anumite calități a suprafeței cu un consum de energie minim.

BIBLIOGRAFIE

1. *N. Atanasiu, C. I. Ionescu.*, Buletinul IPB, Seria Mecanică, tomul XLIII—1981, nr. 3
2. *C. I. Ionescu*, ș.a., Cercetări experimentale privind influența geometriei sculei asupra rugozității suprafeței la strunjirea aliajelor de aluminiu extrudabile românești, Lucrările Conferinței Internaționale privind dezvoltarea mașinilor unelte și a mecanicii fine—TITAN 81, Buc. 81.

Researches Concerning Machining by Milling of the Aluminium Alloys Type AlCuMg and AlZnCuMg Made in Romania

In the paper, there are presented some experimental results concerning optimization of the working parameters used at the willing process, following the criterion of the surface roughness as well as the mathematical pattern of the results.

C.Z.: 621.91 :658.56

CERCETĂRI ASUPRA FIABILITĂȚII REPREZENTATIVE A SCULELOR AȘCHIETOARE

P. GLADCOV*

În lucrare se prezintă unele cercetări asupra metodicii de abordare a studiului fiabilității sculelor aşchietoare, cu o exemplificare privind studiul fiabilității unor cuțite de strung armate cu plăcuțe din carburi metalice.

Studiul fiabilității unor organe de mașini, al unor elemente de instalații sau al unor sisteme tehnice mai complexe, ce lucrează la parametri tehnici cu un grad mic de variabilitate este în general bine pus la punct, fiind considerat de către specialiștii în domeniu, o problemă devenită clasică [1], [2], [5].

Ceva mai complicată apare problema în cazul în care elementele ale căror funcții de fiabilitate se studiază pot lucra în mod obișnuit la regimuri cu parametri ce variază foarte mult, așa cum sînt de exemplu sculele aşchietoare de cele mai diverse tipuri [1].

În cele ce urmează se vor face referiri la unele tipuri de cuțite de strung, armate cu plăcuțe de carburi metalice fabricate în RSR, putînd prelucra materiale cu proprietăți variabile în funcție de necesități, în cadrul unei aceleeași secții de producție, la regimuri de aşchiere caracterizate prin viteze de aşchiere $v = 20 \ldots 200$ m/min., avansuri $s = 0{,}02 \ldots 3$ mm/rot., și adîncimi de aşchiere $t = 0{,}2 \ldots 10$ mm, în funcție de necesitățile tehnologice concrete.

Evident, fiecare dintre regimuri este utilizat într-o anumită măsură, în general cunoscută, determinînd fiecare o anumită durabilitate și o anumită siguranță în funcționarea sculei pînă la atingerea criteriului de uzură admis.

În cele ce urmează, se propune o metodică de abordare a studiului fiabilității unor astfel de scule, în cazul lucrului la regimuri de aşchiere variabile, considerînd fiabilitatea reprezentativă a sculei ca o funcție ce definește probabilitatea funcționării sigure a acesteia la momentul t_x, la un regim reprezentativ.

Problema este rezolvabilă în condițiile cunoașterii funcției de corelație a durabilității T a sculei (ținînd cont de timpul de uzare, fără spargere a sculei) cu parametrii regimului de aşchiere, avînd în general admisă o formă de tip politropic. În cazul sculelor studiate pentru exemplificare relația este de tipul

$$v = \frac{C_v}{T^m \cdot s^{x_v} \cdot t^{y_v}} \cdot K_i \qquad (1)$$

* Șef lucrări dr. ing. catedra Tehnologia materialelor și sudare

Pentru a studia fiabilitatea sculelor ce lucrează la regimuri variabile propunem alegerea dintre toate regimurile la care lucrează sculele într-o secție, întreprindere etc., a unor regimuri reprezentative, stabilite ca fiind acelea care au timpul total maxim al utilizării lor la prelucrarea materialelor date, comparativ cu toate celelalte regimuri folosite.

Cu ajutorul unei relații de tipul (1), în care coeficientul C_v și exponenții n, x_v, y_v, sînt cunoscuți, se poate calcula în funcție de durabilitatea efectivă T_i a sculei la regimul „i", o durabilitate echivalentă T_e obținută la prelucrarea unui material (de exemplu fontă cenușie) de o anumită duritate HB sau rezistență R, cu regimul de prelucrare reprezentativ „r". Va rezulta :

$$T_e = T_i \cdot \left(\frac{v_i}{v_r}\right)^{\frac{1}{m}} \cdot \left(\frac{s_i}{s_r}\right)^{\frac{x_v}{m}} \cdot \left(\frac{t_i}{t_r}\right)^{\frac{y_v}{m}} \cdot \left(\frac{HB_i}{HB_r}\right)^{n} \qquad (2)$$

Pe baza unui foarte mare număr de date experimentale s-a constatat că ieșirea din uz a tăișurilor sculelor ca urmare a spargerii lor înainte de atingerea criteriului de uzură stabilit are loc cu atît mai rapid la intensificarea unui anumit parametru al regimului, cu cît influența modificărilor acelui parametru asupra durabilității de uzare a sculei este mai mare.

Această observație ne permite studiul unitar al spargerii sau uzării sculei, prin prisma unor aceleași ponderi ale factorilor de influență, diferiți, asupra ieșirii din uz a sculelor, permițîndu-se estimarea echivalentă a comportării sculelor la unele regimuri, față de cele la care realmente au funcționat.

Prin echivalarea durabilității efective a sculelor la un regim oarecare cu durabilitatea corespunzătoare la regimul reprezentativ considerat (numită timp echivalent de bună funcționare — TEBF) se obține unitatea punctelor de vedere în aprecierea sculelor și deci posibilitatea studiului funcției de fiabilitate reprezentative a acestora, pe baza unor metodici matematice cunoscute.

Pentru exemplificare se supune studiului un set de cuțite de strung ce lucrează la mai multe regimuri, într-o secție oarecare a unei întreprinderi pentru care regimul reprezentativ constă în prelucrarea fontelor cenușii de duritate 200HB 10/3000/15 cu viteza $v = 80$ m/min, avansul $s = 0{,}5$ mm/rot. și adîncimea de aşchiere $t = 5$ mm.

S-a prelevat un eșantion de 30 rezultate experimentale oarecare, prezentate în tabelul 1.

Influențele variației diferiților parametri prin prisma relației (2) asupra durabilității sînt prezentate în tabelul 2.
Rezultă timpii echivalenți de bună funcționare TEBF prezentați în tabelul 3.

Cu aceste valori, rezultă următorul șir crescător al TEBF :
6, 18, 23, 26, 33, 33, 41, 50, 54, 56, 60, 60, 66, 66, 66, 68, 68, 69, 70, 70, 71, 75, 75, 76, 77, 79, 81, 84, 84, 98, care poate fi prelucrat statistic, după regulile clasice ale studiului oricărei funcții de fiabilitate.

Acest studiu comportă următoarele etape:

a) Verificarea compatibilității statistice a termenilor marginali ai șirului;

Tabelul 1

Timpii de bună funcționare a cuțitelor

Nr. regim	v_i m/min.	s_i mm/rot.	t_i mm cm²	HB_i daN	T_i min.	Nr. regim	v_i m/min.	s_i mm/rot.	t_i mm	HB_i daN/cm²	T_i min.
1	80	0,2	3	180	215	16	120	0,5	5	220	12
2	80	0,2	3	220	175	17	80	0,08	3	220	135
3	80	0,2	5	180	152	18	80	0,15	2	200	129
4	80	0,2	5	220	146	19	80	0,15	3	200	122
5	80	0,5	3	180	110	20	80	0,3	2	200	52
6	80	0,5	3	220	98	21	80	0,15	3	150	162
7	80	0,5	5	180	80	22	90	0,15	5	150	150
8	80	0,5	5	220	68	23	100	0,15	3	150	145
9	120	0,2	3	180	60	24	100	0,15	5	150	112
10	120	0,2	3	220	58	25	110	0,15	5	150	82
11	120	0,2	5	180	45	26	120	0,15	3	150	86
12	120	0,2	5	220	33	27	80	0,5	5	200	56
13	120	0,5	3	180	35	28	100	0,5	3	200	10
14	120	0,5	3	220	21	29	120	0,5	5	200	14
15	120	0,5	5	180	22	30	150	0,5	5	200	5

Tabelul 2

Elemente de calcul

Nr. crt.	v_i	s_i	t_i	HB_i	$\left(\frac{v_i}{v_r}\right)^{1/m}$	$\left(\frac{s_i}{s_r}\right)^{x_v/m}$	$\left(\frac{t_i}{t_r}\right)^{y_v/m}$	$\left(\frac{HB_i}{HB_r}\right)^{n}$
1	80	0,02	2	150	1,0	0,24186	0,52030	0,75515
2	90	0,15	3	180	1,47848	0,39356	0,69472	0,90226
3	100	0,2	5	200	2,09760	0,49179	1,0	1,0
4	110	0,3		220	2,87831	0,67324		1,09751
5	120	0,5			3,84227	1,0		
6	150				8,05953			

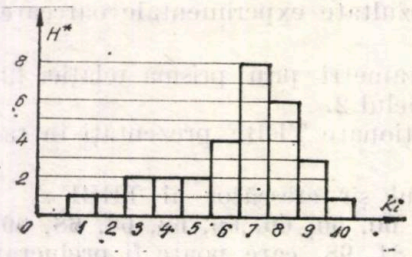


Fig. 1

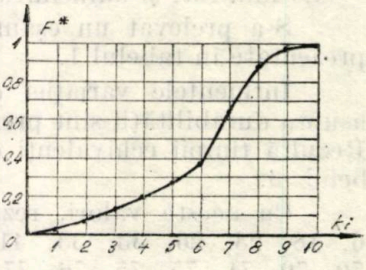


Fig. 2

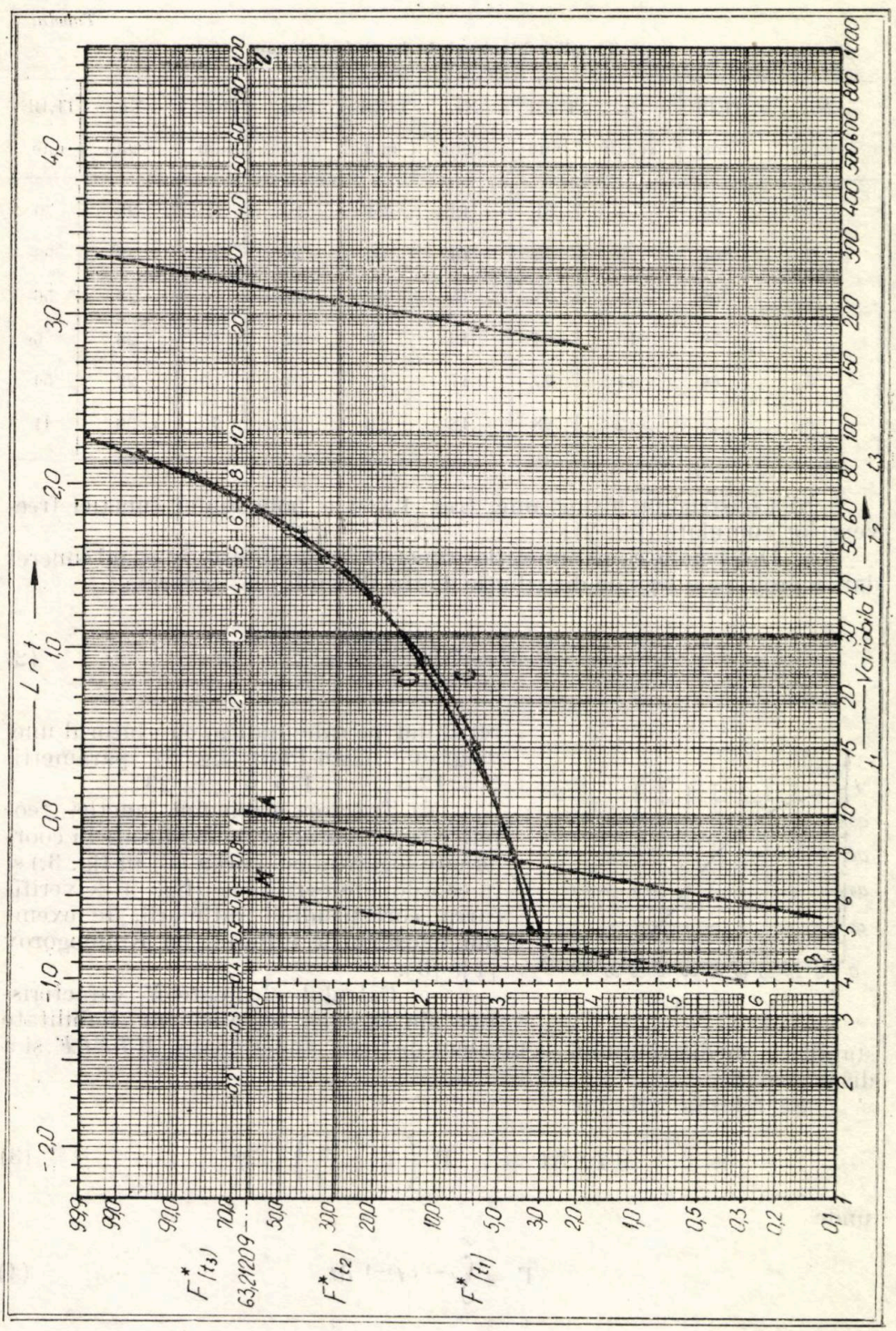


Fig. 3

Tabelul 3

Timpii echivalenți de bună funcționare

Nr. regim	TEBF min	Nr. regim	TEBF min	Nr. regim	TEBF min	Nr. regim	TEBF min	Nr. regim	TEBF min.
1	66	7	81	13	84	19	33	25	70
2	66	8	75	14	60	20	18	26	98
3	68	9	71	15	76	21	33	27	56
4	79	10	84	16	50	22	66	28	6
5	69	11	77	17	23	23	60	29	54
6	75	12	68	18	26	24	70	30	41

b) Construcția histogramei (fig. 1.) și a poligonului funcției frecvențelor cumulate (fig. 2);

c) Determinarea parametrilor funcției de fiabilitate. În cazul concret dat se propune o lege de distribuție de tip Weibull [2], de forma :

$$R_{(t)} = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}}, \tag{2}$$

rezultînd pe cale grafică, cu ajutorul unei diagrame Allan-Plait (fig. 3), parametrii $\beta = 12{,}3$; $\gamma = 175$ și $\eta = 237$.

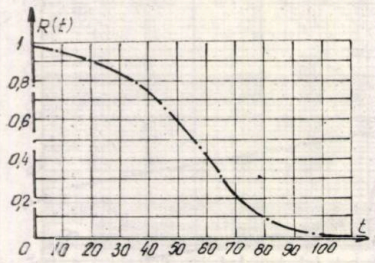


Fig. 4

d) Trasarea graficului funcției teoretice reprezentative de fiabilitate în coordonate logaritmice (curba (C) în fig. 3.) și în coordonate carteziene (fig. 4.), verificarea corectitudinii estimării, de exemplu folosindu-se criteriul lui Kolmogorov [1], [3].

e) Calculul elementelor caracteristice ale funcției teoretice de fiabilitate stabilite: media timpului echivalent de bună funcționare *MTEBF* și a dispersiei *D*.

Se folosesc relațiile

$$MTEBF = \eta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) + \gamma \tag{3}$$

unde

$$\Gamma = \int_0^{\infty} e^{-t} \cdot t^{\beta-1}\, dt \tag{4}$$

$$\text{şi } D = \eta^2 \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \left[\Gamma^2\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)\right]\right\} \tag{5}$$

rezultînd $MTEBF = 52{,}3$ minute şi $D = 523{,}44$ min^2, ceea ce conduce la o abatere teoretică medie patratică [4]

$$\sigma = \sqrt{D} = 22{,}88 \text{ minute}$$

Elementele calculate astfel dau posibilitatea comparării comportamentului tehnologic al diferitelor tipuri de scule, reflectînd siguranţa în funcţionare a sculelor studiate, ca o componentă esenţială a capacităţii lor de aşchiere, ce exprimă valoarea de întrebuinţare a acestora.

BIBLIOGRAFIE

1. *P. Gladcov*, Contribuţii privind studiul capacităţii de aşchiere a cuţitelor armate cu plăcuţe de carburi metalice româneşti, la strunjirea fontelor. Teză de doctorat, Institutul politehnic Bucureşti, 1978.
2. *T. Baron*, Calitatea şi fiabilitatea produselor, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1976.
3. *M. Rumşinski*, Prelucrarea matematică a datelor experimentale. Editura Tehnică, Bucureşti, 1973.
4. *I. Todoran*, Tratarea matematică a datelor experimentale. Funcţii empirice. Editura Academiei RSR, Bucureşti, 1976.
5. *L. Tövissi*, Calculul fiabilităţii utilajelor industriale, Revista de Statistică Nr. 6, Bucureşti 1972.

Researches on the Representative Fiability of the Cutting Tools

In this work are presented some researches about the approaching method of the cutting tools fiability study with an example regarding at the fiability study some lathe knifes which are reinforced with edges of metallic carbides.

C.Z.: 539.4:681.3:519.68
620.17

MIJLOACE NUMERICE ÎN ANALIZA DEFORMAȚIILOR ELEMENTELOR ELASTICE ALE CAPTOARELOR

D. ȘTEFĂNESCU *

Se studiază comparativ cîteva metode numerice, care folosesc tehnică de calcul modernă, pentru analiza deformațiilor elementelor elastice ale captoarelor pentru măsurarea mărimilor mecanice.

1. Introducere

Componenta principală a oricărui captor pentru măsurarea mărimilor mecanice (forțe, deplasări, accelerații, presiuni) este elementul său elastic.

Analiza deformațiilor elementelor elastice ale captoarelor este necesară pentru stabilirea pozițiilor optime de amplasare a traductoarelor electrotensometrice rezistive (TER), care transformă solicitarea mecanică în semnal electric.

La elementele elastice complicate, la care nu este posibil calculul analitic, se utilizează, de obicei, metode experimentale (fotoelasticitate, holografie, lacuri casante) [5], însă, pentru cercetare prealabilă se recomandă metodele numerice, care se bucură de avantajele oferite de tehnica de calcul modernă [6]. În acest sens, metoda elementelor finite [5], [9] se dovedește deosebit de utilă [7], [8].

Se utilizează programul SAP IV [1], în care se pornește de la discretizarea elementului elastic într-un număr de elemente finite, care interacționează între ele într-un număr finit de noduri, avînd coordonatele cunoscute și se obțin deplasările acestor noduri pentru sarcina nominală stabilită.

Folosirea TER în realizarea captoarelor impune analiza în deformații specifice (ε), deoarece acestea se pot citi direct pe scalele aparatelor electronice de măsurare (punți tensometrice).

În lucrare se prezintă formulele de calcul, se utilizează cîteva mijloace numerice și se rezolvă o aplicație cu un element elastic de formă complexă.

2. Formule de calcul

Programul SAP IV se limitează la determinarea deplasărilor nodurilor structurii studiate. Pentru aflarea deformațiilor specifice este necesar ca, pe baza teoriei elasticității [2], să se elaboreze niște formule cu aplicabilitate generală, avantajoase din punct de vedere al calculului programat și ducînd la obținerea unor soluții riguroase.

* Ing., catedra Rezistența materialelor

În ipoteza că materialul este omogen, izotrop și respectă legea lui Hooke, se consideră două noduri învecinate : $I(x_i, y_i, z_i)$ și $J\ (x_j, y_j, z_j)$ ale corpului elastic aflat în sistemul de axe rectangulare din figura 1.

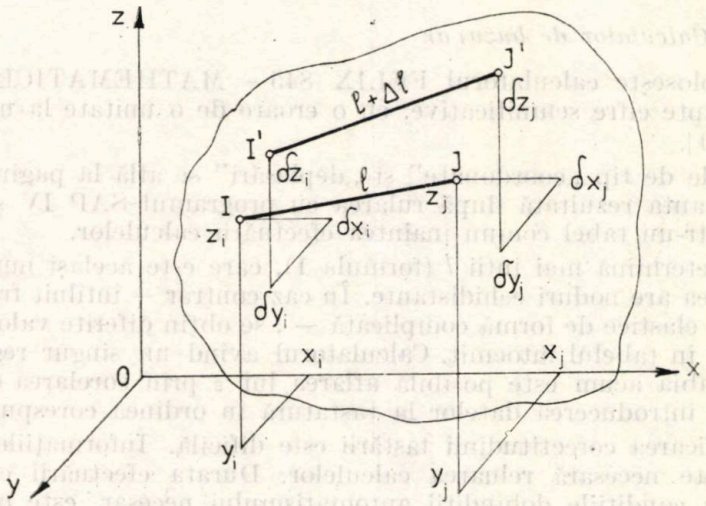


Fig. 1

Lungimea segmentului IJ se determină cu relația :

$$l = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \tag{1}$$

Componentele deplasărilor nodurilor după deformare sînt δx_i, δy_i, δz_i, respectiv δx_j, δy_j, δz_j, rezultînd lungimea segmentului după deformare ($I'\,J'$) :

$$l + \Delta l = \sqrt{[(x_i + \delta x_i) - (x_j + \delta x_j)]^2 + [(y_i + \delta y_i) - (y_j + \delta y_j)]^2 + [(z_i + \delta z_i) - (z_j + \delta z_j)]^2} \tag{2}$$

Presupunînd că deformația dintre cele două noduri vecine este uniformă, dată fiind distanța foarte mică ce le separă, se poate calcula deformația specifică a segmentului IJ cu formula [7] :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{(l + \Delta l) - l}{l} \tag{3}$$

Întrucît puntea tensometrică are instrumentul gradat direct în deformații specifice ($1\mu m/m = 10^{-6}$), se impune efectuarea calculelor cu o precizie deosebită (minimum șapte zecimale).

3. Variante de calcul

Pe baza tehnicii de calcul din dotarea catedrei de Rezistența materialelor din Institutul politehnic București sau a celei existente în țară, se propune utilizarea următoarelor variante:

3.1. *Calculator de buzunar*

Se folosește calculatorul FELIX 845 — MATHEMATICIAN, care afișează șapte cifre semnificative, cu o eroare de o unitate la ultima zecimală [10].

Datele de tip „coordonate" și „deplasări" se află la pagini diferite pe imprimanta rezultată după rularea cu programul SAP IV și trebuie grupate într-un tabel comun înaintea efectuării calculelor.

Se determină mai întîi l (formula 1), care este același numai dacă discretizarea are noduri echidistante. În caz contrar — întîlnit frecvent la elementele elastice de formă complicată — , se obțin diferite valori pentru l și se trec în tabelul întocmit. Calculatorul avînd un singur registru de memorie, abia acum este posibilă aflarea lui ε prin corelarea celor trei formule și introducerea datelor la tastatură în ordinea corespunzătoare.

Verificarea corectitudinii tastării este dificilă. Informațiile nefiind tipărite, este necesară reluarea calculelor. Durata efectuării calculelor, chiar și în condițiile dobîndirii automatismului necesar, este mare, dar se obțin rezultatele pe loc. În cazul unui volum mai mare de date (rețea cu sute de noduri), se recomandă folosirea unui calculator de buzunar programabil, pentru a scurta durata determinărilor.

3.2. Calculator de birou

Se utilizează calculatorul PROGRAMMA 101 — OLIVETTI, dotat cu mai multe registre de memorare [11].

Lista de instrucțiuni, implementate pe cartelă magnetică de către ing. M. GĂVAN de la L.C.I.M., este următoarea:

1. AV	Selecția subprogramului
2. S	x_i în M
3. ↓	x_i în A
4. S	x_j în M
5. —	$x_i - x_j$ în A
6. B↕	$x_i - x_j$ în B și A
7. S	y_i în M
8. ↓	y_i în A
9. S	y_j în M
10. —	$y_i - y_j$ în M
11. C↕	$y_i - y_j$ în C și A
12. S	z_i în M
13. ↓	z_i în M
14. S	z_j în M
15. —	$z_i - z_j$ în A
16. D↕	$z_i - z_j$ în D și A

17. B ↓ $x_i - x_j$ în A
18. AX $(x_i - x_j)^2$ în A
19. E ↕ $(x_i - x_j)^2$ în E și A
20. C ↓ $y_i - y_j$ în A
21. AX $(y_i - y_j)^2$ în A
22. E+ $(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2$ în A
23. E ↕ $(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2$ în E și A
24. D ↓ $z_i - z_j$ în A
25. AX $(z_i - z_j)^2$ în A
26. E+ $(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2$ în A
27. E ↕ $(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2$ în E și A
28. E/ l (formula 1) în A
29. E ↕ l în E și A
30. S δx_i în M
31. ↓ δx_i în A
32. B+ $x_i - x_j + \delta x_i$ în A
33. S δx_j în M
34. — $x_i - x_j + \delta x_i - \delta x_j$ în A
35. AX $[(x_i - x_j) + (\delta x_i - \delta x_j)]^2$ în A
36. B ↕ $[(x_i - x_j) + (\delta x_i - \delta x_j)]^2$ în B și A
37. S δy_i în M
38. ↓ δy_i în A
39. C+ $y_i - y_j + \delta y_i$ în A
40. S δy_j în M
41. — $y_i - y_j + \delta y_i - \delta y_j$ în A
42. AX $[(y_i - y_j) + (\delta y_i - \delta y_j)]^2$ în A
43. B+ $[(x_i - x_j) + (\delta x_i - \delta x_j)]^2 + [(y_i - y_j) + (\delta y_i - \delta y_j)]^2$ în A
44. B ↕ $[(x_i - x_j) + (\delta x_i - \delta x_j)]^2 + [(y_i - y_j) + (\delta y_i - \delta y_j)]^2$ în B și A
45. S δz_i în M
46. ↓ δz_i în A
47. D+ $z_i - z_j + \delta z_i$ în A
48. S δz_j în M
49. — $z_i - z_j + \delta z_i - \delta z_j$ în A
50. AX $[(z_i - z_j) + (\delta z_i - \delta z_j)]^2$ în A
51. B+ $[(x_i - x_j) + (\delta x_i - \delta x_j)]^2 + [(y_i - y_j) + (\delta y_i - \delta y_j)^2 + [(z_i - z_j) + (\delta z_i - \delta z_j)]^2$ în A
52. A/ $l + \Delta l$ (formula 2) în A
53. E— $l + \Delta l - l$ în A
54. : ε (formula 3) în A
55. A◇ Tipărește ε
56. A* Anulează conținutul registrului în vederea următorului ciclu de calcul
57. B*
58. C*
59. D*
60. E*
61. V Sfîrșitul subprogramului

Datele pentru nodurile I și J se iau din tabelul alcătuit anterior și se introduc la tastatură în ordinea indicată (instrucțiunile S cu numerele 2, 4, 7, 9, 12, 14, 30, 33, 37, 40, 45, 48). Determinările se efectuează cu precizie sporită (pînă la 15 zecimale), tipărindu-se pe bandă de hîrtie, pentru fiecare pereche de noduri, atît datele introduse, cît și rezultatul final, astfel :

0.606 S
0.773 S
2.212 S
1.879 S
1.05 S
1.338 S
−0.0008909 S
−0.0003711 S
−0.004542 S
−0.003542 S
−0.00148 S
−0.0006258 S
0.0000036806 A

Sub această formă este dificil de folosit banda pentru interpretarea rezultatelor, acestea trebuind să fie trecute în tabelul sintetizator. Programul nu poate efectua reinițializarea, cerînd să se introducă de fiecare dată perechile de valori cu indice i și j din cadrul șirului de noduri analizat și nu are ștergere, necesitînd reluarea ciclului de operare în caz de tastare greșită. Deși calculatorul nu este silențios, el oferă avantajul furnizării imediate a rezultatelor și cu o precizie superioară celei a calculatorului de buzunar.

3.3. *Calculator CDC— 3500*

Se poate utiliza orice calculator pe care este implementat programul SAP IV, (preferabil în dublă precizie), exemplificarea fiind făcută pentru CDC — 3500. Dacă nu există posibilitatea transferului informațiilor pe bandă magnetică, pentru reintroducerea în calculator în scopul prelucrării finale, atunci datele se extrag manual de pe imprimantă direct pe formularele pentru perforare. Cartelele perforate se pot rula în diferite combinații, asigurînd, pe baza unui program propriu, realizat în limbaj FORTRAN [4], tabelarea directă a valorilor deformațiilor specifice pe diverse direcții (longitudinală, circumferențială sau la $\pm 45°$).

Schema logică a programului conceput este cea din figura 2, lista de instrucțiuni fiind următoarea :

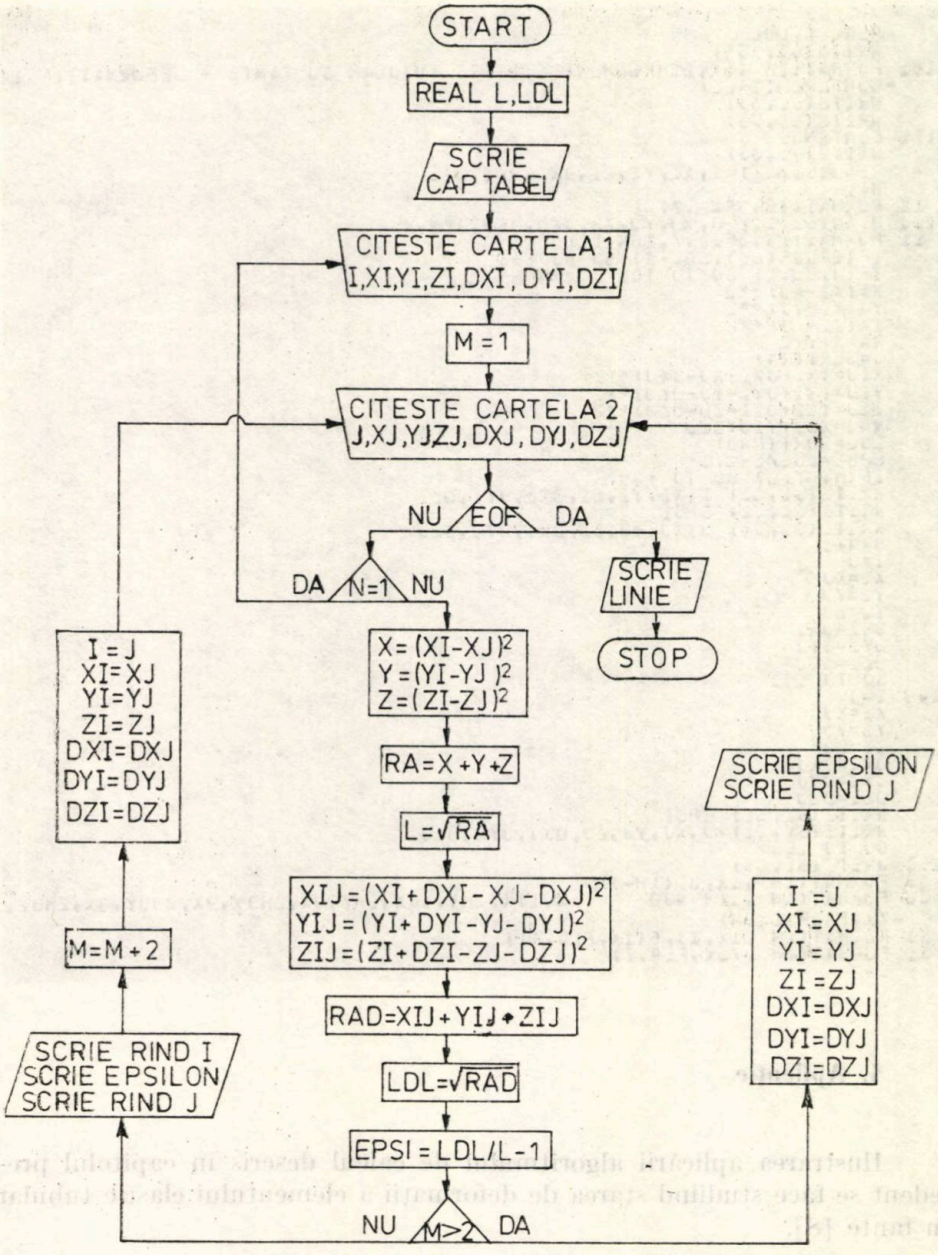


Fig. 2

Se observă că programul efectuează automat reinițializarea și tipărește valorile lui ε pentru șiruri de date de diferite lungimi, trasînd linii de demarcație între șirurile la care ε nu are semnificație fizică.

Această variantă este superioară prin rapiditatea, precizia și eleganța prezentării datelor.

```
      REAL L,LDL
      WRITE(61,151)
  151 FORMAT(1H ,6X,62HELEMENT ELASTIC TUBULAR CU FANTE - DEFORMATII SIR
     -COMFERENTIALE)
      WRITE(61,35)
      WRITE(61,36)
  101 CONTINUE
      WRITE(61,35)
      READ(60,10) I,XI,YI,ZI,DXI,DYI,DZI
      M=1
   10 FORMAT(I3,6F10.7)
  100 READ(60,11) J,XJ,YJ,ZJ,DXJ,DYJ,DZJ,N
   11 FORMAT(I3,6F10.7,16X,I1)
      IF(IFLOF(60).EQ.-1) GO TO 150
      IF(N.EQ.1) GO TO 101
      X=(XI-XJ)**2
      Y=(YI-YJ)**2
      Z=(ZI-ZJ)**2
      RA=X+Y+Z
      L=SQRT(RA)
      XIJ=(XI+DXI-XJ-DXJ)**2
      YIJ=(YI+DYI-YJ-DYJ)**2
      ZIJ=(ZI+DZI-ZJ-DZJ)**2
      RAD=XIJ+YIJ+ZIJ
      LDL=SQRT(RAD)
      EPSI=LDL/L-1.0
      IF(M.GT.2) GO TO 149.
      WRITE(61,30) I,XI,YI,ZI,DXI,DYI,DZI
      WRITE(61,31) EPSI
      WRITE(61,30) J,XJ,YJ,ZJ,DXJ,DYJ,DZJ
      M=M+2
      I=J
      XI=XJ
      YI=YJ
      ZI=ZJ
      DXI=DXJ
      DYI=DYJ
      DZI=DZJ
      GO TO 100
  149 I=J
      XI=XJ
      YI=YJ
      ZI=ZJ
      DXI=DXJ
      DYI=DYJ
      DZI=DZJ
      WRITE(61,31) EPSI
      WRITE(61,30) J,XJ,YJ,ZJ,DXJ,DYJ,DZJ
      GO TO 100
  150 WRITE(61,35)
   35 FORMAT(1H ,1X,81(1H-))
   36 FORMAT(1H ,11H NOD        X,10X,1HY,10X,1HZ,9X,2HDX,9X,2HDY,9X,2HDZ,
     -7X,7HEPSILON)
   30 FORMAT(1H ,1X,I3,6(1X,F10.7))
   31 FORMAT(1H ,71X,F10.7)
      END
```

4. Aplicaţie

Ilustrarea aplicării algoritmului de calcul descris în capitolul precedent se face studiind starea de deformaţii a elementului elastic tubular cu fante [8].

Datorită simetriei structurii şi încărcării, este suficientă analiza deformaţiilor pe un sfert din inelul central, obţinut prin frezare, desfăşurata feţei exterioare a acestuia fiind prezentată în figura 3.

Tabelul 1 conţine un fragment de imprimantă cu valori ale deformaţiilor specifice longitudinale, iar tabelul 2 cuprinde cîteva valori calculate pe direcţii la 45°. Toate valorile ε, pe toate cele patru direcţii, sînt

NOD	X	Y	Z	UX	UY	UZ	EPSILON
1	0.0000000	0.0000000	3.[illegible]	0.0000000	0.0000000	0.0000000	-0.0014032
3	0.0000000	0.5000000	3.[illegible]	0.0000000	-0.0007016	0.0000000	-0.0006792
5	0.0000000	1.0000000	3.[illegible]	0.0000000	-0.0013412	0.0000000	-0.0003802
7	0.0000000	1.5000000	3.[illegible]	0.0000000	-0.0012313	0.0000000	-0.0004914
9	0.0000000	2.0000000	3.[illegible]	0.0000000	-0.0014770	0.0000000	
11	0.5219446	0.0000000	2.95442[illegible]	-0.0006841	-0.0013510	0.0009910	0.0005114
13	0.5219446	0.5000000	2.95442[illegible]	-0.0001938	-0.0010960	0.0005022	-0.0002328
15	0.5219446	1.0000000	2.95442[illegible]	0.0001832	-0.0012127	0.0000502	-0.0002771
17	0.5219446	1.5000000	2.95442[illegible]	0.0004212	-0.0013516	-0.0004194	-0.0002957
19	0.5219446	2.0000000	2.95442[illegible]	0.0007783	-0.0014998	-0.0009159	

Tabelul 2

11	0.5219446	0.0000000	2.95442[illegible]	-0.0006841	-0.0013510	0.0009910	-0.0005135
23	1.0260606	0.5000000	2.81907[illegible]	-0.0003379	-0.0019626	0.0008481	-0.0002733
35	1.5000000	1.0000000	2.59807[illegible]	0.0001182	-0.0020120	0.0001184	-0.0005008
47	1.9283628	1.5000000	2.29813[illegible]	0.0006454	-0.0044103	-0.0005973	-0.0002834
59	2.2981332	2.0000000	1.92836[illegible]	0.0015881	-0.0059135	-0.0011803	
21	1.0260606	0.0000000	2.81907[illegible]	-0.0011123	-0.0019326	0.0016465	-0.0001012
33	1.5000000	0.5000000	2.59807[illegible]	-0.0003413	-0.0020472	0.0003454	-0.0004587
45	1.9283628	1.0000000	2.29813[illegible]	0.0001196	-0.0044214	0.0001179	-0.0005471
57	2.2981332	1.5000000	1.92836[illegible]	0.0013248	-0.0059233	-0.0004294	-0.0002163
69	2.5980765	2.0000000	1.5000000	0.0018795	-0.0072792	-0.0010354	

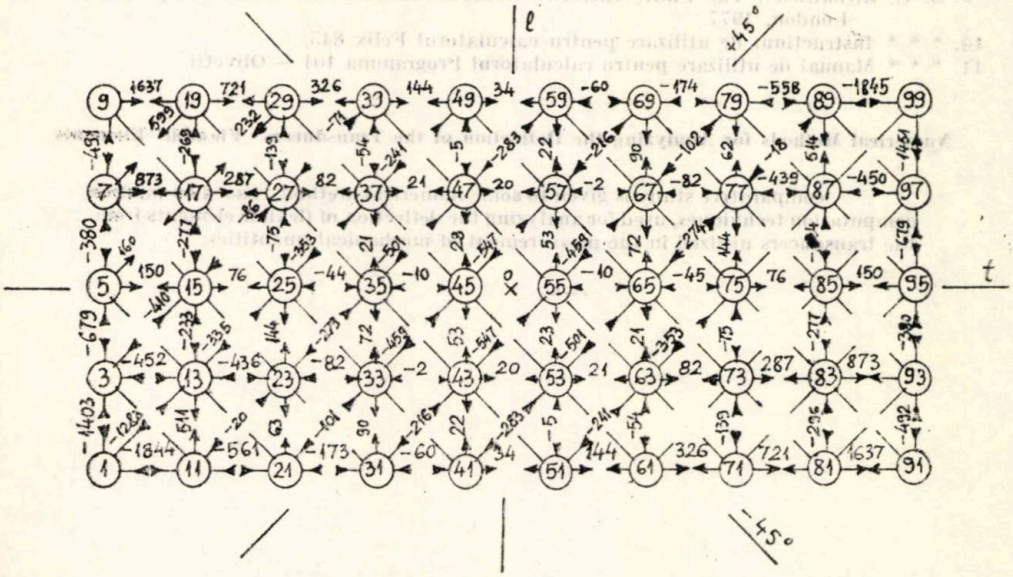


Fig. 3

trecute pe harta sinoptică din figura 3. Rezultă, deci, poziţiile optime pentru TER, şi anume în centrul feţei exterioare a sfertului de inel, pe direcţiile la $\pm 45°$, acolo unde ε are valori ridicate şi de semne contrare. TER se conectează în schema de măsurare conform regulilor din tensometria electrică rezistivă [3].

5. Concluzii

Programul SAP IV, împreună cu programele de postprocesare proprii pentru deformaţii specifice, permite efectuarea unei analize complete şi precise a comportării elementelor elastice ale captoarelor pentru măsurarea mărimilor mecanice.

Metodele numerice oferă posibilitatea abordării unitare a problemelor din mecanica solidului deformabil, pentru orice configuraţie geometrică, parametri elastici, moduri de rezemare, încărcări exterioare etc.

BIBLIOGRAFIE

1. *K. J. Bathe, E. L. Wilson, F. E. Peterson.* SAP IV — A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Response of Linear Systems. College of Engineering, University of California, Berkeley, 1973.
2. *N. I. Bezuhov,* Teoria elasticităţii şi plasticităţii (trad. din lb. rusă). Ed. tehnică, Bucureşti, 1957.
3. *Gh. Buzdugan, M. Blumenfeld,* Tensometria electrică rezistivă. Ed. tehnică, Bucureşti, 1966.
4. *P. Dimo,* Programarea în FORTRAN. Ed. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1971.
5. *D. R. Mocanu* (sub red.). Analiza experimentală a tensiunilor. Vol. I şi II. Ed. tehnică Bucureşti, 1977.
6. *E. Pop, V. Stoica,* Principii şi metode de măsurare numerică. Ed. Facla, Timişoara, 1977.
7. *M. Al. Sandu, D. M. Ştefănescu,* Determinarea stării de deformaţii şi tensiuni într-un element elastic de tip taler. Sesiunea jubiliară de comunicări ştiinţifice, Institutul politehnic Bucureşti, 1981.
8. *D. M. Ştefănescu* Rev. Roum. Sci. Techn. — Méc. Appl. Tomé 29, No. 5, p. 519—533, Bucarest, 1984.
9. *O. C. Zienkiewicz,* The Finite Element Method. McGraw-Hill Book Comp. (UK) Ltd, London, 1977.
10. * * * Instrucţiuni de utilizare pentru calculatorul Felix 845.
11. * * * Manual de utilizare pentru calculatorul Programma 101 — Olivetti.

Numerical Methods for Analyzing the Deflection of the Transducers' Flexible Elements

A comparative study is given to some numerical methods, based on modern computation techniques, used for analyzing the deflection of flexible elements from the transducers utilized in the measurement of mechanical quantities.

C.Z.: 621.793
621.78

CERCETĂRI ASUPRA DIFUZIEI ÎN PROCESUL DE METALIZARE

RODICA IOVA *

În lucrare se studiază procesul de difuzie care are loc în timpul metalizării, pornindu-se de la cinetica difuziei în metale și aliaje.

Se studiază de asemenea, influența asupra difuziei, a unui „tratament termic" aplicat unei acoperiri prin metalizare.

Metalizarea constă în depunerea unui metal topit și pulverizat pe o suprafață, prin proiectarea lui cu ajutorul aerului comprimat, a unui gaz inert sau a unui gaz activ.

Aderența stratului depus cu suprafața de bază, precum și aderența internă a depunerii, se datorează atît unei ancorări mecanice, cît și existenței forțelor Van der Waals, a forțelor de legătură chimică, a acțiunii cîmpurilor electromagnetice.

Pentru obținerea unei bune adeziuni, se aplică o „tratare termică" a stratului de pulbere depus. De fapt, prin încălzire, stratul de pulbere se sinterizează.

În unele lucrări de specialitate, procesul de tratare termică în metalizare este descris ca o manifestare a autodifuziei.

Folosirea expresiei de „tratare termică" se face cu rezerve, datorită complexității acestui proces.

Interacțiunea dintre acoperire și bază se produce pe baza difuziei reciproce.

În metalizare, este foarte important să se cunoască adîncimea și concentrația difuziei reciproce, întrucît nu în toate cazurile acest proces este bine venit. De ex. la depunerea acoperirilor cu proprietăți speciale (bune conducătoare electric, rezistente la temperaturi, etc.) difuzia materialului bazei în cel de acoperire, diminuează acestuia calitățile. În alte cazuri, difuzia materialului acoperirii în materialul bazei, poate să-i reducă acestuia rezistența și plasticitatea.

Cinetica difuziei la metalizare se descrie prin ecuațiile difuziei în metale și aliaje.

$$I_1 = - M_{11} \frac{\partial \mu_1}{\partial z} - M_{12} \frac{\partial \mu_2}{\partial z} - \ldots - M_{1n} \frac{\partial \mu_n}{\partial z} - M_{1T} \frac{\partial T}{\partial z} - M_{1p} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (1)$$

* Asist. ing., catedra Tehnologia materialelor și sudură

I_1 — intensitatea fluxului de atomi;

$\frac{\partial \mu_1}{\partial z}, \frac{\partial T}{\partial z}, \frac{\partial p}{\partial z}$ — gradienți pe direcția axei z a potențialului chimic (μ) a elementului i, a temperaturii (T) și a presiunii (p).

Concentrația la adîncimea z în momentul t este:

$$C(z_1, t) = C_0[1 - Ø(\omega)] \tag{2}$$

C_0 — concentrația pentru $z_1 = 0$ și $t = 0$.

$Ø(\omega)$ funcție transcendentă a lui Krama de argument ω

$$\omega = z/2\sqrt{D \cdot t} \tag{3}$$

D — coeficient de difuzie.

Aplicarea acestor formule la metalizare, implică modificarea mărimii coeficienților de difuzie care depind de porozitatea θ a acoperirii.

În figura următoare este reprezentată difuzia în cazul unui strat de acoperire compact (a) respectiv poros (b) pe o bază compactă.

(4) $I'_{SB} < I_{SB}$ datorită suprafeței mici de contact prin care se realizează difuzia reciprocă.

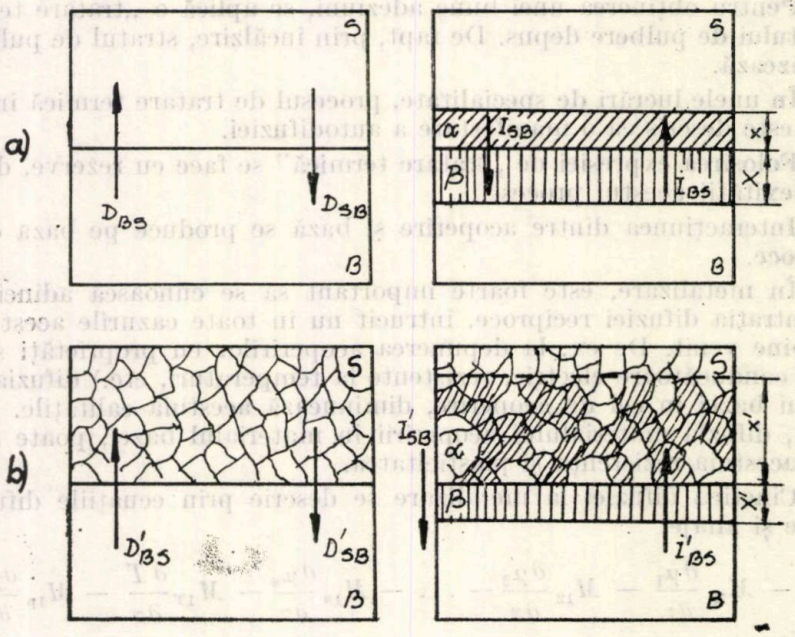


Fig. 1. — Difuzia în cazul unui strat de acoperire compact (a), respectiv poros (b), pe o bază campactă.

Deci și $D'_{SB} < D_{SB}$ (5)

I'_{SB}, I_{BS} și D'_{SB}, D_{SB} — intensitatea, respectiv coeficienții de difuzie dintr-un strat depus poros, respectiv compact, într-o bază compactă.

Ca urmare a celor de mai sus,

$$X' < X \tag{6}$$

X' și X — adîncimea de difuzie în cazul depunerii unui strat poros, respectiv, compact, pe o bază compactă.

Deasemenea, se poate afirma că :

$$I'_{BS} > I_{BS} \tag{7}$$

$$D'_{BS} > D_{BS} \text{ și deci,} \tag{8}$$

$$x' > x \tag{9}$$

I'_{BS}, I_{BS}, D'_{BS}, D_{BS} — intensitatea, respectiv coeficientul de difuzie al materialului compact al bazei într-un strat de acoperire poros, rspectiv compact.

Dacă într-o combinație a unor materiale compacte pentru care $D_{SB} \approx D_{BS}$, se înlocuiește unul din materialele compacte cu unul poros, atunci :

$$D'_{SB} < D'_{BS} \tag{10}$$

Aceasta conduce la formarea porozității în partea compactă (în cazul nostru — în bază), la regimuri înalte de tratare termică.

Acest fenomen se explică prin tendința sistemului spre echilibru.

Dacă materialul de acoperire are elemente cu afinitate mai mare pentru o componentă din materialul bazei atunci la un anumit regim de tratare termică, componenta din bază trece în acoperire chiar dacă în ea, concentrația acestui element este mai mare decît în bază.

Materialul acoperirii pătrunde în bază datorită difuziei prin grăunți și prin granițele dintre ei.

Pot fi trei moduri de pătrundere a materialului acoperirii între periferiile grăunților bazei : difuzia predominantă a elementelor stratului la periferia grăunților în stare solidă ; pătrunderea prin difuzie a elementelor stratului cu formrea la periferia grăunților a structurii ușor fuzibile (difuzie reactivă) ; pătrunderea fazei lichide la periferia grăunților.

Fig. 2. — Formarea prozității în stratul superficial al bazei la regimuri înalte de tratare termică.

În interiorul acoperirii, faza lichidă se formează prin topirea componentelor uşor fuzibile, prin topirea de contact a componentelor acoperirii, prin topirea de contact a componentelor acoperirii şi bazei.

Condiţia necesară şi suficientă pătrunderii fazei lichide la periferia grăunţilor este ca:

$$2T_{SL} < T_{SS} \tag{11}$$

T_{SL} — tensiunea superficială la graniţa solid — lichid;

T_{SS} — tensiunea superficială la graniţa solid—lichid;

La tratarea termică a unui strat de acoperire ale cărui elemente sînt puternic solubile în metalul bazei, pătrunderea între cristale este redusă sau chiar lipseşte. De ex. la dizolvarea nichelului în fier nu se observă pătrunderea între cristale. De asemenea, aceasta nu se observă la prinderea prin tratare termică pe o bază de oţel a unui strat ce conţine metale uşor fuzibile, puţin solubile în bază: Ag., Pb., etc.

În urma difuziei reciproce, în zona de trecere a materialului acoperirii în bază, se formează soluţii solide, eutectice, şi combinaţii chimice cu rezistenţă mai ridicată şi plasticitate mai redusă.

Dacă se formează combinaţii intermetalice casante, proprietăţile de plasticitate scad foarte mult.

Incluziunile intermetalice casante în zona de îmbinare, pot apare în următoarele combinări: baza de OL — strat de acoperire cu conţinut de Zn, Al, Si; baza de cupru — strat de acoperire cu conţinut de Zn, Al, etc. baza din aliaj de Ti — strat de acoperire avînd cantităţi apreciabile de Cu, Fe, etc.

Probabilitatea formării de combinaţii intermetalice în zona de îmbinare este determinată de afinitatea chimică a elementelor din materialul acoperirii şi bazei.

De ex, la tratarea termică a acoperirilor ce conţin o însemnată cantitatea de siliciu depuse pe o bază de OL se formează compusul intermetalic Fe Si. Pentru preîntîmpinarea formării acestuia, se va introduce o cantitate redusă de nichel, care are afinitate pentru Si mai mare decît fierul şi formează compusul Ni_3Si. Zincul, avînd afinitate faţă de fier mult mai mică decît faţă de multe alte componente ale materialului acoperirii (Cu Sn, Si), nu formează intercalări intermetalice, chiar dacă e conţinut în cantitate însemnată în şarjă.

Combinaţiile intermetalice intercalate în zona de îmbinare influenţează proprietăţile bazei şi rezistenţa legăturii dintre ea şi acoperire.

Această influenţă depinde atît de natura combinaţiei care se formează, cît şi de grosimea intercalării respective. Intercalările cu o grosime pînă la 2 mm, nu reduc proprietăţile şi rezistenţa legăturii sale cu acoperirea.

Grosimea intercalării intermetalice depinde de durata şi temperatura tratării termice şi se determină cu ajutorul relaţiei de mai jos prin care se descrie creşterea straturilor de difuzie.

$$\delta^2 = D_0 \cdot e^{\left(-\frac{Q}{R \cdot T}\right)t} \tag{12}$$

D_0 — coeficientul de difuzie;
T — temperatura;
t — durata tratării termice.

Grosimea intercalărilor intermetalice casante se poate reduce prin scăderea temperaturii și duratei de tratare termică.

Pentru a evita formarea intercalărilor în zona îmbinării, se depune pe bază, înainte de acoperirea propriu-zisă, un substrat dintr-un material care nu formează combinații chimice cu materialul bazei.

Materialul stratului brut are o structură de grăunți fini. În procesul tratării termice se produce recristalizarea și creșterea grăunților.

Mărirea grăuntelui din oțel coboară vîscozitatea dinamică și caracteristicile dinamice ale materialului bazei. Pentru a preîntîmpina creșterea grăuntelui în timpul metalizării, se iau următoarele măsuri:

— se folosesc ca materiale pentru bază, oțeluri cu structură fină ereditară de grăunte mic sau oțeluri aliate;

— se reduce durata tratării termice la 10—20 minute;

— se aplică o încălzire superficială sau o tratare termomecanică.

Dacă totuși grăuntele a crescut, acesta se va mărunți prin răcire înceată.

Un aspect nou al difuziei în metalizare îl constituie tratarea termică activată. Aceasta se face cu ajutorul vibrațiilor și ultrasunetelor, prin folosirea de adaosuri activatoare sau prin ridicarea capacității de reducere a mediului.

Ca adaosuri activatoare se folosesc: oxizi, cloruri și alte substanțe de acest gen, care la temperatura la care are loc tratarea termică se reduc, se descompun sau se topesc, formînd faza lichidă.

În zona de trecere a materialului acoperirii în bază, au loc procese care influențează rezistența prinderii: evaporarea și înlăturarea prin ardere a umezelii și plastificatorului, reducerea oxizilor și descompunerea combinațiilor chimice, relaxarea tensiunilor, formarea contactelor cu legătură chimică, difuzia, recristalizarea, creșterea grăuntelui, formarea soluțiilor solide și combinațiilor chimice, creșterea contactelor existente.

Printre mecanismele esențiale pentru mărirea suprafeței de contact între particulele materialului de acoperire și bază, se enumeră: curgerea vîscoasă, difuzia superficială și difuzia de volum.

În lucrarea sa, savantul sovietic Berezin a dovedit experimental că energia efectivă de activare are un rol important în formarea legăturii. Cu cît această energie are valori mai mari, cu atît rezistența legăturii este mai mare.

Rezistența MPa	60	70	80	90	100
Energia de activare e V	0,7	0,9	1,1	1,4	1,8

Ținînd seama de aceste date și de analiza microstructurilor, se poate presupune că formarea și creșterea contactelor în stadiile inițiale se realizează cu ajutorul difuziei superficiale. În continuarea procesului se manifestă mecanismele curgerii vîscoase și autodifuziei la periferia grăunților.

Acest proces al difuziei la periferia grăunţilor în baza compactă se activează termic.

$$E = 1{,}4 \text{ e V.}$$

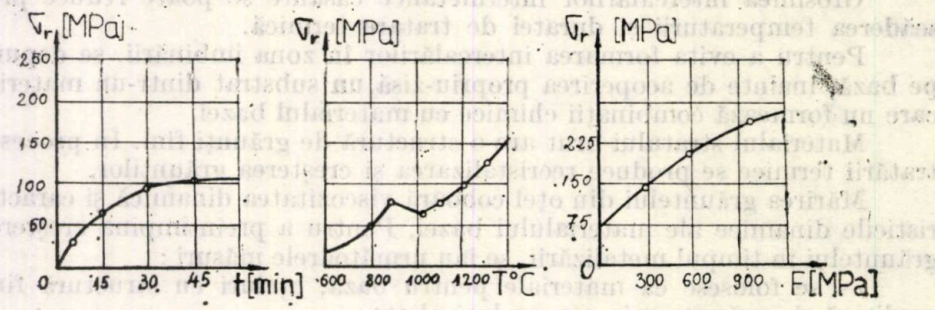


Fig. 3 — Dependenţa rezistenţei legăturii dintre stratul de acoperire şi materialul bazei de :

a) — Durata tratării termice ;
b) — Temperatura tratării termice ;
c) — Forţa de presare.

Rezistenţa legăturii dintre stratul de acoperire şi materialul de bază, depinde de durata tratării termice, temperatura şi forţa de presare.

Legătura termică cu baza straturilor constituite din plăci se realizează printr-o sudură de difuzie.

Legarea termică a acoperirilor cu aliaje depinde de compoziţia chimică şi cantitatea componenţilor de aliere. Componenţii care măresc difuzia, coboară temperatura de topire îi reduc oxizii metalului de bază — îmbunătăţesc această legătură ; componenţii care reduc difuzia şi formează oxizi greu reductibili — înrăutăţesc legătura prin tratare termică.

Din cele expuse, rezultă rolul deosebit al difuziei în procesul de metalizare.

BIBLIOGRAFIE

1. *G. Somorjai*, Principles of Surface Chemistry, 1970.
2. *I. Alexander*, Surface Chemistry
3. *R. Morrison*, The Chemical Physics of Surface, 1978 ;
4. *E. Avdeev*, Metallirovanie, 1978 ;
5. *L. Dobrescu*, Fenomene superficiale la metale şi aliaje, 1970 ;
6. *V. Suzana Gâdea*, Metalurgia fizică ;
7. *I. Murgulescu, T. Oncescu, E. Segal*, Introducere în chimia fizică, vol. 11, 1982 ;
8. *P. Csokan, E. Nadaşi*, Acoperirea metalică a suprafeţelor, 1979 ;
9. *J. R. Adamson*, Surface Sci., 1969 ;
10. *V. Davidov*, Teoria corpului solid, 1982.

Inquires Concerning Diffusion in the Process of Metallising

Within the work the process of diffuse scattering that occurs during the metallization has been studied, starting from the kinetics of the diffuse scattering with metals and alloys.

The influence pursued over diffuse scattering by thermical treatment applied to a covering by metallization has also been studied.

C.Z.: 620.173: 621.82
539.4

INFLUENȚA NERVURII INELARE DE RIGIDIZARE ASUPRA STĂRII DE TENSIUNI DINTR-O PLACĂ CIRCULARĂ

ADRIANA SANDU *

În lucrare se studiază starea de tensiuni dintr-o placă circulară, încastrată pe contur și încărcată cu sarcină uniform distribuită. Placa se consideră întărită cu o nervură inelară dispusă simetric față de centrul său. Se fac precizări cu privire la dimensiunile optime ale nervurii în scopul îmbunătățirii distribuției de tensiuni în comparație cu cea din placa fără rigidizare.

1. Introducere

În multe domenii ale activității inginerești (calculul și proiectarea pistoanelor, recipienților, flanșelor, discurilor, etc.) se ajunge la rezolvarea problemei plăcilor circulare sau inelare cu nervuri de rigidizare. Nervurile pot fi inelare sau radiale.

Studiul influenței nervurilor de rigidizare asupra stării de tensiuni din placă prezintă interes practic deosebit deoarece numai o alegere corespunzătoare a dimensiunilor și locurilor de amplasare ale nervurilor conduce la o ameliorare a stării de tensiuni în comparație cu cea din placa nerigidizată.

În [3] se studiază, prin metoda funcțiilor de variabilă complexă, starea de tensiuni dintr-o placă inelară, încastrată pe conturul exterior și întărită cu un inel elastic pe conturul interior.

În [4] se studiază starea de deformații a unei plăci circulare încastrate pe contur având în centru o pastilă rigidă și, dispus simetric față de centru, un inel de rigidizare. Placa de acest tip fiind utilizată ca element elastic în construcția captoarelor de forță, în lucrarea amintită se urmărește găsirea poziției optime a inelului astfel încît deformația acestuia să fie maximă, atunci cînd se aplică o forță concentrată în centrul plăcii.

În lucrarea de față se fac precizări cu privire la dimensiunile pe care trebuie să le aibă nervura inelară de rigidizare a unei plăci circulare, încastrată pe contur și încărcată cu presiune uniform distribuită, pentru a obține îmbunătățirea distribuției de tensiuni în comparație cu cea din placa fără rigidizare.

---

* Asistent inginer, catedra de Rezistența materialelor

2. Calculul eforturilor și tensiunilor

Se consideră o placă circulară, încastrată pe contur, avînd dispus simetric față de centrul plăcii un inel cu secțiunea dreptunghiulară și rază medie r. Dimensiunile plăcii sînt cele din fig. 1.

Placa este încărcată cu o sarcină uniform distribuită p.

Se fac următoarele ipoteze simplificatoare:

— săgețile plăcii sînt mici în comparație cu grosimea ei și grosimea este mică în comparație cu raza exterioară R a plăcii,

— nervura este considerată ca o bară cu rază mare de curbură (raportul $\frac{b}{r} << 1$).

Schema de calcul (fig. 2) se obține separînd părțile componente și introducînd eforturile de legătură.

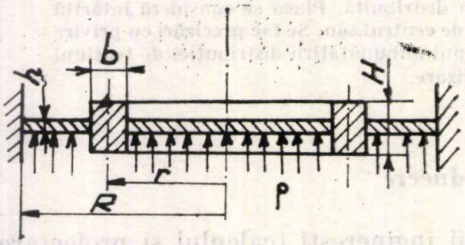


Fig. 1

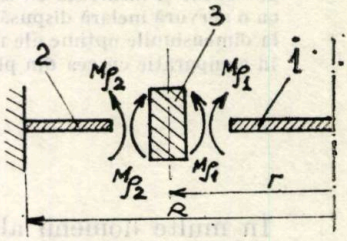


Fig. 2

Ecuația diferențială a încovoierii simetrice a unei plăci circulare încărcate transversal este [1], [5]:

$$\frac{d}{d\rho}\left[\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}(\rho\theta)\right] = -\frac{Q}{D}, \tag{1}$$

unde ρ este raza curentă,

θ — unghiul de rotire a normalei la suprafața mediană a plăcii,

Q — forța transversală acționînd în secțiunea aflată la raza ρ,

$D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$ — rigiditatea la încovoiere a plăcii.

Pentru schema de calcul admisă: $Q 2\pi\rho = p\pi\rho^2$, de unde rezultă:

$$Q = \frac{p\rho}{2}. \tag{2}$$

Înlocuind (2) în (1) se obține:

$$\frac{d}{d\rho}\left[\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}(\rho\theta)\right] = -\frac{p\rho}{2D}. \tag{3}$$

Integrînd de două ori rezultă :

$$\theta = -\frac{p\rho^3}{16D} + C_1\frac{\rho}{2} + C_2\frac{1}{\rho}. \tag{4}$$

Expresia derivatei $\frac{d\theta}{d\rho}$ este :

$$\frac{d\theta}{d\rho} = -\frac{3p\rho^2}{16D} + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{\rho^2}. \tag{5}$$

Săgeata plăcii se determină din expresia :

$$w = C_3 - \int \theta d\rho = \frac{p\rho^4}{64D} - C_1\frac{\rho^2}{4} - C_2 \ln\rho + C_3. \tag{6}$$

Pentru constantele de integrare corespunzătoare părții interioare a plăcii (pentru care $0 < \rho < r$) se introduce indicele suplimentar 1 iar pentru constantele de integrare corespunzătoare părții exterioare a plăcii (pentru care $r < \rho < R$) se introduce indicele suplimentar 2. În expresia (6), sub logaritm se introduce raportul $\frac{\rho}{R}$, acesta avînd efect numai asupra valorilor constantelor de integrare C_{31} și C_{32}.

Se ajunge la următorul sistem de ecuații :

— pentru partea interioară a plăcii $(0 < \rho < r)$

$$\theta_1 = -\frac{p\rho^3}{16D} + C_{11}\frac{\rho}{2} + C_{21}\frac{1}{\rho}, \tag{7}$$

$$\frac{d\theta_1}{d\rho} = -\frac{3p\rho^2}{16D} + \frac{C_{11}}{2} - \frac{C_{21}}{\rho^2}, \tag{8}$$

$$w_1 = \frac{p\rho^4}{64D} - C_{11}\frac{\rho^2}{4} - C_{21}\ln\frac{\rho}{R} + C_{31}. \tag{9}$$

— pentru partea exterioară a plăcii $(r < \rho < R)$

$$\theta_2 = -\frac{p\rho^3}{16D} + C_{12}\frac{\rho}{2} + C_{22}\frac{1}{\rho}, \tag{10}$$

$$\frac{d\theta_2}{d\rho} = -\frac{3p\rho^2}{16D} + \frac{C_{12}}{2} - \frac{C_{22}}{\rho^2}, \tag{11}$$

$$w_2 = \frac{p\rho^4}{64D} - C_{12}\frac{\rho^2}{4} - C_{22}\ln\frac{\rho}{R} + C_{32}. \tag{12}$$

Pentru determinarea constantelor de integrare se pun următoarele condiții :

— pentru $\rho = 0$, $\theta_1 = 0$; (13)

— pentru $\rho = R$, $\theta_2 = 0$; (14)

— pentru $\rho = r$, $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, (15)

unde θ este unghiul de rotire a secțiunii inelului.

— pentru $\rho = r$, $w_1 = w_2$; (16)

— pentru $\rho = R$, $w_2 = 0$. (17)

Din (13), (14), (15) se obține :

$$C_{21} = 0, \tag{18}$$

$$\frac{C_{12}R}{2} + \frac{C_{22}}{R} - \frac{pR^3}{16D} = 0, \tag{19}$$

$$\frac{C_{11}r}{2} + \frac{C_{21}}{r} = \frac{C_{12}r}{2} + \frac{C_{22}}{r}. \tag{20}$$

În (20) se introduce notația $r = kR$. Se obține :

$$\frac{C_{11}kR}{2} + \frac{C_{21}}{kR} = \frac{C_{12}kR}{2} + \frac{C_{22}}{kR} \tag{21}$$

Pentru scrierea celei de a patra ecuații este necesar să se folosească condiția de compatibilitate a deformației plăcii și inelului de rigidizare.

Se separă din schema de calcul inelul (fig. 3), încărcat cu momentul încovoietor uniform distribuit :

$$m = M_{\rho_2} - M_{\rho_1}, \tag{22}$$

unde M_ρ este momentul încovoietor radial ce acționează într-o secțiune curentă a plăcii.

Se reprezintă momentele sub formă de vectori (fig. 4) și se scrie ecuația de proiecții pe axa $x - x$: $2M_i = \int_0^\pi m \sin\psi \, r d\psi = 2mr$.

Se obține [2] :

$$M_i = mr = r(M_{\rho_2} - M_{\rho_1}). \tag{23}$$

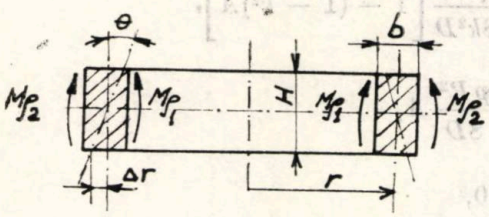


Fig. 3

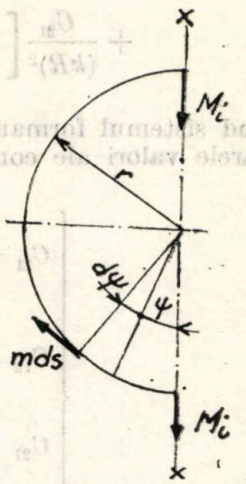


Fig. 4

Unghiul de rotire a secțiunii inelului este (fig. 3) : $\theta = \dfrac{\Delta r}{\dfrac{H}{2}}$,

unde : $\Delta r = \varepsilon_{max}\, r = \varepsilon_{max}\, kR$; $\varepsilon_{max} = \dfrac{\sigma_{max}}{E} = \dfrac{M_i}{EW} = \dfrac{6r\,(M_{\rho_2} - M_{\rho_1})}{EbH^2}$

Rezultă : $\theta = \dfrac{(kR)^2\,(M_{\rho_2} - M_{\rho_1})}{EI}$. (24)

Din (24) se obține :

$$M_{\rho_2} - M_{\rho_1} = \frac{EI\,\theta}{(kR)^2}. \tag{25}$$

În relațiile de mai sus s-au notat cu I și W momentul de inerție axial și respectiv modulul de rezistență axial corespunzător secțiunii inelului. Momentul încovoietor radial M_ρ se determină cu relația cunoscută [1], [5]:

$$M_\rho = D\left[\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\rho} + \nu\frac{\theta}{\rho}\right].$$

Deci :

$$M_{\rho_2} - M_{\rho_1} = D\left[C_{12}\frac{1+\nu}{2} - C_{22}\frac{1-\nu}{\rho^2} - C_{11}\frac{1+\nu}{2} + C_{21}\frac{1-\nu}{\rho^2}\right]. \tag{26}$$

Din (25) și (26) rezultă :

$$\frac{EI\,\theta}{(kR)^2} = D\left[C_{12}\frac{1+\nu}{2} - C_{22}\frac{1-\nu}{\rho^2} - C_{11}\frac{1+\nu}{2} + C_{21}\frac{1-\nu}{\rho^2}\right] \tag{27}$$

În (27) se înlocuiește $\rho = r = kR$ și $\theta_1 = \theta_2 = 0$. Efectuînd calculele se obține cea de-a patra ecuație pentru determinarea constantelor de integrare.

$$C_{12}\frac{1+\nu}{2} - C_{11}\left[\frac{1+\nu}{2} + \frac{EI}{2kRD}\right] - C_{22}\frac{1-\nu}{(kR)^2} +$$

$$+\frac{C_{21}}{(kR)^2}\left[1-\nu-\frac{EI}{kRD}\right]=-\frac{pkREI}{16D^2}. \tag{28}$$

Rezolvînd sistemul format din ecuațiile (18), (19), (21), (28), se găsesc următoarele valori ale constantelor de integrare:

$$\begin{cases} C_{11}=\dfrac{pR^2}{8k^2D}\left[1-(1-k^2)A\right], \\ C_{12}=\dfrac{pR^2}{8D}A, \\ C_{21}=0, \\ C_{22}=\dfrac{pR^4}{16D}(1-A), \end{cases} \tag{29}$$

unde s-a notat cu A raportul adimensional:

$$A=\frac{2RkD+EI(1-k^4)}{2RkD+EI(1-k^2)}. \tag{30}$$

În expresia (30) se înlocuiește $D=\dfrac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ și $I=\dfrac{bH^3}{12}$ și se introduc notațiile $\alpha=\dfrac{b}{R}$, $\beta=\dfrac{H}{h}$.

Se obține:

$$A=\frac{2k+\alpha\beta^3(1-\nu^2)(1-k^4)}{2k+\alpha\beta^3(1-\nu^2)(1-k^2)}. \tag{31}$$

Cu ajutorul celor patru constante determinate mai sus se pot calcula unghiul de rotire a secțiunii și derivata sa, prin urmare și momentele încovoietoare corespunzătoare. Pentru calculul săgeților w_1 și w_2 este necesar să se determine și constantele C_{31} și C_{32}.

Din condițiile (16) și (17) se obține:

$$\begin{cases} C_{31}=C_{11}\dfrac{(kR)^2}{4}+C_{12}\dfrac{R^2(1-k^2)}{4}-C_{22}\ln k-\dfrac{pR^4}{64D}, \\ C_{32}=C_{12}\dfrac{R^2}{4}-\dfrac{pR^4}{64D}. \end{cases} \tag{32}$$

După efectuarea calculelor, expresiile săgeților plăcii într-o secțiune curentă sînt de forma :

$$\begin{cases} w_1 = C_{11}\dfrac{(kR)^2-\rho^2}{4} + C_{12}\dfrac{R^2(1-k^2)}{4} - C_{22}\ln k - \dfrac{p}{64D}(R^4-\rho^4), \\ w_2 = C_{12}\dfrac{R^2-\rho^2}{4} - C_{22}\ln\dfrac{\rho}{R} - \dfrac{p}{64D}(R^4-\rho^4). \end{cases} \tag{33}$$

Expresiile momentelor încovoietoare (radial, respectiv tangențial) sînt:

Pentru $0 < \rho < r$

$$\begin{cases} M_{\rho_1} = D\left[\dfrac{d\theta_1}{d\rho} + \nu\dfrac{\theta_1}{\rho}\right] = D\left[C_{11}\dfrac{1+\nu}{2} - C_{21}\dfrac{1-\nu}{\rho^2} - \dfrac{p\rho^2}{16D}(3+\nu)\right]; \\ M_{t_1} = D\left[\dfrac{\theta_1}{\rho} + \nu\dfrac{d\theta_1}{d\rho}\right] = D\left[C_{11}\dfrac{1+\nu}{2} + C_{21}\dfrac{1-\nu}{\rho^2} - \dfrac{p\rho^2}{16D}(1+3\nu)\right], \end{cases} \tag{34}$$

Pentru $r < \rho < R$

$$\begin{cases} M_{\rho_2} = D\left[\dfrac{d\theta_2}{d\rho} + \nu\dfrac{\theta_2}{\rho}\right] = D\left[C_{12}\dfrac{1+\nu}{2} - C_{22}\dfrac{1-\nu}{\rho^2} - \dfrac{p\rho^2}{16D}(3+\nu)\right], \\ M_{t_2} = D\left[\dfrac{\theta_2}{\rho} + \nu\dfrac{d\theta_2}{d\rho}\right] = D\left[C_{12}\dfrac{1+\nu}{2} + C_{22}\dfrac{1-\nu}{\rho^2} - \dfrac{p\rho^2}{16D}(1+3\nu)\right]. \end{cases} \tag{35}$$

Cunoscînd expresiile momentelor încovoietoare se pot calcula tensiunile în orice secțiune ρ a plăcii, cu relațiile cunoscute [1], [5] :

$$\sigma_r = \frac{6M_\rho}{h^2}, \quad \sigma_t = \frac{6M_t}{h^2}.$$

Se obține :

— pentru $0 < \rho < r$

$$\begin{cases} \sigma_{r_1} = \dfrac{6D}{h^2}\left[C_{11}\dfrac{1+\nu}{2} - C_{21}\dfrac{1-\nu}{\rho^2} - \dfrac{p\rho^2}{16D}(3+\nu)\right], \\ \sigma_{t_1} = \dfrac{6D}{h^2}\left[C_{11}\dfrac{1+\nu}{2} + C_{21}\dfrac{1-\nu}{\rho^2} - \dfrac{p\rho^2}{16D}(1+3\nu)\right], \end{cases} \tag{36}$$

— pentru $r < \rho < R$

$$\begin{cases} \sigma_{r_2} = \dfrac{6D}{h^2}\left[C_{12}\dfrac{1+\nu}{2} - C_{22}\dfrac{1-\nu}{\rho^2} - \dfrac{p\rho^2}{16D}(3+\nu)\right], \\ \sigma_{t_2} = \dfrac{6D}{h^2}\left[C_{12}\dfrac{1+\nu}{2} + C_{22}\dfrac{1-\nu}{\rho^2} - \dfrac{p\rho^2}{16D}(1+3\nu)\right]. \end{cases} \tag{37}$$

Înlocuind în (36) și (37) constantele cu valorile lor (29), expresiile tensiunilor devin :

$$\begin{cases} \sigma_{r_1} = \dfrac{3}{8}\dfrac{pR^2}{h^2}\left\{\dfrac{[1-(1-k^2)A](1+\nu)}{k^2} - \dfrac{\rho^2}{R^2}(3+\nu)\right\}, \\ \sigma_{t_1} = \dfrac{3}{8}\dfrac{pR^2}{h^2}\left\{\dfrac{[1-(1-k^2)A](1+\nu)}{k^2} - \dfrac{\rho^2}{R^2}(1+3\nu)\right\}, \end{cases} \tag{38}$$

$$\begin{cases} \sigma_{r_2} = \dfrac{3}{8}\dfrac{pR^2}{h^2}\left[(1+\nu)A - \dfrac{R^2}{\rho^2}(1-\nu)(1-A) - \dfrac{\rho^2}{R^2}(3+\nu)\right], \\ \sigma_{t_2} = \dfrac{3}{8}\dfrac{pR^2}{h^2}\left[(1+\nu)A + \dfrac{R^2}{\rho^2}(1-\nu)(1-A) - \dfrac{\rho^2}{R^2}(1+3\nu)\right]. \end{cases} \tag{39}$$

3. Studiul influenței poziției și dimensiunilor nervurii asupra distribuției de tensiuni

Cu relațiile (38) și (39) s-au calculat tensiunile în cîteva secțiuni ale unei plăci cu $R = 160$; $r = 96$; $h = 6$; $H = 24$; $b = 12$ (dimensiuni în mm) și $\alpha = 0{,}075$; $\beta = 4$; $k = 0{,}6$.

Tensiunile în aceleași secțiuni au fost calculate și prin metoda elementelor finite (MEF), folosind programul SAP 4. S-a ținut cont că starea de tensiuni este axial simetrică. Modelul de calcul este prezentat în fig. 5.

În tabelul 1 se prezintă rezultatele obținute în cîteva puncte. Se observă buna concordanță a valorilor obținute pentru tensiunile calculate prin cele două metode (analitic și cu MEF).

În fig. 6 se poate examina variația în funcție de rază a tensiunilor radiale (σ_r) și circumferențiale (σ_t), calculate analitic (în puncte de pe suprafața superioară a plăcii). Au fost reprezentate cu linie continuă tensiunile pentru placa rigidizată și cu linie întreruptă tensiunile pentru placa fără rigidizare.

Se constată o scădere a tensiunii maxime (tensiunea radială în încastrare) pentru placa rigidizată și este evidentă concentrarea tensiunilor la îmbinarea inelului de rigidizare cu placa.

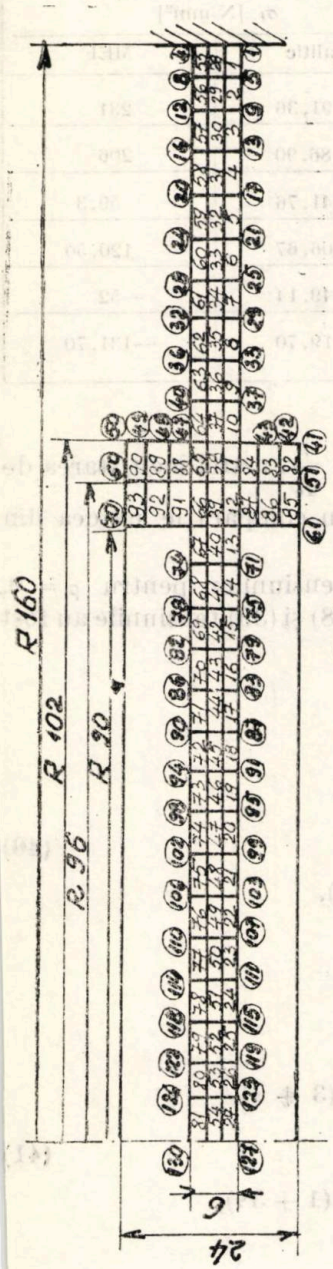


Fig. 5

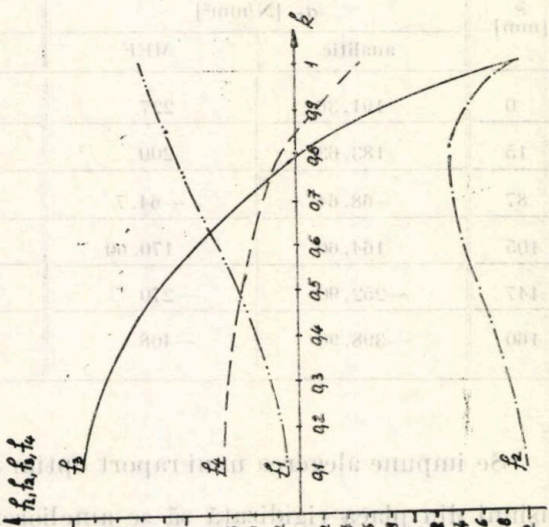


Fig. 6

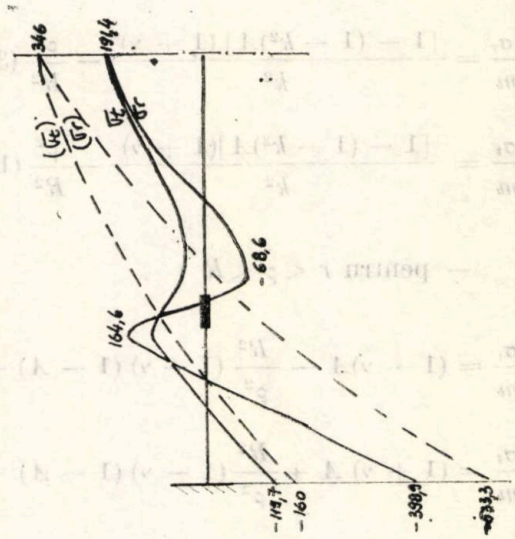


Fig. 7

Tabelul 1

ρ [mm]	Tensiunea radială σ_r [N/mm²]		Tensiunea circumferențială σ_t [N/mm²]	
	analitic	MEF	analitic	MEF
0	191,36	227	191,36	231
15	183,63	200	186,90	206
87	—68,64	—64,7	41,76	59,3
105	164,60	170,60	106,67	120,50
147	—252,90	—270	— 49,14	—52
160	—398,90	—408	—119,70	—131,70

Se impune alegerea unui raport optim $k = \frac{r}{R}$, astfel încît starea de tensiuni din placa rigidizată să se amelioreze în comparație cu cea din placa fără inel de rigidizare.

Pentru aceasta se vor compara valorile tensiunilor pentru $\rho = 0$, $\rho = R$ și $\rho = r$. Pentru simplificare în relațiile (38) și (39) tensiunile au fost exprimate în formă adimensională :

— pentru $0 < \rho < r$

$$\begin{cases} \dfrac{\sigma_r}{m} = \dfrac{[1-(1-k^2)A](1+\nu)}{k^2} - \dfrac{\rho^2}{R^2}(3+\nu), \\ \dfrac{\sigma_t}{m} = \dfrac{[1-(1-k^2)A](1+\nu)}{k^2} - \dfrac{\rho^2}{R^2}(1+3\nu), \end{cases} \tag{40}$$

— pentru $r < \rho < R$

$$\begin{cases} \dfrac{\sigma_r}{m} = (1+\nu)A - \dfrac{R^2}{\rho^2}(1-\nu)(1-A) - \dfrac{\rho^2}{R^2}(3+\nu), \\ \dfrac{\sigma_t}{m} = (1+\nu)A + \dfrac{R^2}{\rho^2}(1-\nu)(1-A) - \dfrac{\rho^2}{R^2}(1+3\nu), \end{cases} \tag{41}$$

unde $m = \dfrac{3}{8}\dfrac{pR^2}{h^2}$.

Se constată că este necesar să se studieze dependența de parametrul k a următoarelor patru funcții:

$$f_1(k) = \left(\frac{\sigma_r}{m}\right)_{\rho=0} = \frac{1-(1-k^2)A}{k^2}(1+\nu),$$

$$f_2(k) = \left(\frac{\sigma_r}{m}\right)_{\rho=R} = 2A - 4,$$

$$f_3(k) = \left(\frac{\sigma_r}{m}\right)_{\substack{\rho=r\\ext}} = (1+\nu)A - \frac{(1-\nu)(1-A)}{k^2} - k^2(3+\nu),$$

$$f_4(k) = \left(\frac{\sigma_t}{m}\right)_{\substack{\rho=r\\ext}} = (1+\nu)A + \frac{(1-\nu)(1-A)}{k^2} - k^2(1+3\nu).$$

În fig. 7 s-a reprezentat grafic variația expresiilor f_1, f_2, f_3, f_4, în funcție de parametrul k, pentru $\alpha = 0{,}075$ și $\beta = 4$. Pentru placa fără inel de rigidizare $\frac{\sigma_{max}}{m} = \frac{(\sigma_r)_{\rho=R}}{m} = -2$.

Studiind graficele din fig. 7 se constată că tensiunea maximă, pentru orice valoare a parametrului k, este tensiunea radială în încastrare (f_2).

Tensiunea radială la îmbinarea inelului cu placa (f_3) crește cu scăderea raportului k, pentru valori mici ale lui k cele două tensiuni (f_2 și f_3) având valori comparative și apropiate de tensiunea maximă pentru placa fără rigidizare.

Deci, pentru a obține efectul dorit (scăderea tensiunii maxime dar și o concentrare moderată a tensiunilor la îmbinarea inelului cu placa), raportul k trebuie să ia valori în intervalul 0,6—0,8.

Se poate determina valoarea optimă a raportului k calculînd derivata expresiei tensiunii maxime $f_2(k)$ și punînd condiția ca aceasta să fie nulă. Se obține o ecuație de forma:

$$2\alpha\beta^3(1-\nu^2)k^4 - 6k^3 - 4\alpha\beta^3(1-\nu^2)k^2 + 2k + 2\alpha\beta^3(1-\nu^2) = 0. \quad (42)$$

De exemplu, pentru $\alpha = 0{,}075$ și $\beta = 4$, se obține $k = 0{,}782$. Pentru poziția inelului corespunzătoare acestei valori a parametrului k se obține o scădere a tensiunii maxime cu 32% în comparație cu placa fără rigidizare.

Tabelul 2

$R = 160; h = 6;$	α	0	0,025	0,050	0,075	0,100	
$k = 0{,}6; \beta = 4$	f_2	—2	—1,686	—1,560	—1,490	—1,450	
$R = 160; h = 6;$	$\gamma\beta$	0	1	2	2,5	3	4
$k = 0{,}6; \alpha = 0{,}075$	f_2	—2	—1,975	—1,840	—1,750	—1,650	—1,500

În afară de poziția inelului de rigidizare interesează și influența dimensiunilor lui asupra stării de tensiuni, deci dependența tensiunii maxime de mărimile $\alpha = \frac{b}{R}$ și $\beta = \frac{H}{h}$.

În tabelul 2 se indică valorile tensiunii adimensionale f_2 pentru diferite valori α și respectiv β.

Se constată că tensiunea scade cu creșterea parametrilor α și respectiv β. Trebuie însă avut în vedere ca mărirea dimensiunilor inelului să se facă între anumite limite pentru respectarea ipotezelor inițiale de calcul (inelul de rigidizare a fost considerat ca bară curbă cu rază mare de curbură).

4. Concluzii

În lucrarea de față s-a studiat starea de tensiuni dintr-o placă circulară cu rigidizare inelară, încărcată cu sarcină uniform distribuită, urmărindu-se influența poziției și dimensiunilor inelului asupra acestei stări de tensiuni.

A rezultat că se poate obține o importantă scădere a tensiunii maxime din placă (cu aproximativ 30%) dacă aceasta este întărită cu o nervură inelară al cărei diametru mediu se află într-un raport bine determinat cu raza exterioară a plăcii. Dacă dimensiunile inelului nu sînt alese corespunzător nu se atinge obiectivul propus-ameliorarea sării de tensiune în comparație cu cea din placa fără rigidizare.

Concluziile acestui studiu pot fi folosite la proiectarea structurilor care conțin plăci circulare încărcate uniform.

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Buzdugan*, Rezistența materialelor, Editura tehnică, București, 1980.
2. *V. Feodosiev*, Résistance des matériaux. Problémes et questions choisis, Editions MIR, Moscou, 1977.
3. *N. P. Fleișman*, Influența nervurii inelare de rigidizare la încovoierea plăcii inelare încastrate pe conturul exterior, Culegere de articole, tom 5, Kiev, 1957.
4. *G. F. Malikov, A. L. Sneiderman, A. M. Sulemovici*, Rasceti uprughih tenzometriceskih elementov, Mașinostroienie, Moskva, 1964.
5. *S. P. Timoshenko S. Woinowsky-Krieger*, Teoria plăcilor plane și curbe, Editura tehnică, București, 1968.

L'influence de la nervure annulaire sur la distribution des contraintes dans une plaque circulaire

On étudie l'état de contraintes d'une plaque circulaire, encastrée sur contour et sollicitée par une pression uniforme. La plaque est renforcée avec une nervure annulaire symétrique par rapport au centre.

On fait des remarques sur les dimensions et la position de la nervure pour améliorer la distribution des contraintes.

C.Z. : 621.95.004.15

METODA OPERATIVĂ PENTRU DETERMINAREA COEFICIENȚILOR ȘI EXPONENȚILOR POLITROPICI LA GĂURIRE

P. GLADCOV, CORNELIA V. GLADCOV *

Determinarea corectă a parametrilor regimului de așchiere presupune cunoașterea legilor de variație a durabilității sculelor așchietoare, ca funcție de acești parametri.

În lucrare, autorii prezintă relațiile explicite pentru calculul coeficienților și exponenților politropici din funcția durabilitate — regim de așchiere la găurire.

1. Noțiuni de bază

Este cunoscută relația politropică ce leagă principalele elemente ale regimului de așchiere la găurire : viteza de așchiere v, mărimea avansului s și diametrul burghiului D, de durabilitatea T a burghiului:

$$v = \frac{C_v \cdot D^{y_v}}{T^m \cdot s^{x_v}} \cdot \prod_{\varphi=1}^{\xi} K_\varphi, \quad \xi \in \mathbb{N}^*. \tag{1}$$

În relația (1) intervin exponenții politropici m, x_v și y_v, precum și coeficienții : C_v — care depinde în special de proprietățile materialului prelucrat și de cele ale cuplului de materiale în contact (cel al semifabricatului prelucrat și cel al sculei) și K_φ — care depind de condiții tehnologice concrete ce definesc particularitățile fiecărui proces de așchiere, constituind factori de corecție aplicați pentru punerea în evidență a existenței unor diferențe între condițiile particulare în care au fost determinate valorile coeficienților C_v și cele ale exponenților politropici pe de o parte și condițiile particulare de lucru pe de altă parte.

2. Metodica de lucru, clasică

Coeficienții K_φ se determină rapid, printr-un test simplu, de exemplu de tipul celui prezentat în lucrarea [1].

Dificultăți destul de mari se întîmplă însă în determinarea operativă a coeficientului C_v și a exponenților politropici m, y_v și x_v, care au valori distincte pentru fiecare tip de material prelucrat și fiecare tip de sculă utilizată.

* Șef lucrări dr. ing., catedra Tehnologia materialelor și sudare ; Economist, I.P.I.U. București

În scopul rezolvării comode a acstei probleme se propune următoarea nouă metodică generală de lucru (considerînd $K_\varphi = 1$) :

Prin logaritmarea ecuației (1) rezultă relația lineară :

$$y = a + bx_1 + cx_2 + dx_3 \tag{2}$$

unde :

$$y = \lg T\,;\; a = \frac{1}{m}\lg C_v = z\lg C_v\,;\; b = -z = -\frac{1}{m} \tag{3}$$

$$c = -zx_v\,;\; d = zy_v\,;\; x_1 = \lg v\,;\; x_2 = \lg s\,;\; x_3 = \lg D \tag{4}$$

Coeficienții necunoscuți a, b, c, d ai ecuației (2) se pot afla prin metoda celor mai mici pătrate, punîndu-se condiția minimizării diferenței S dintre valorile celor doi membri ai ecuației (2) :

$$S = \sum_{i=1}^{N} (a + bx_{1i} + cx_{2i} + dx_{3i} - y_i)^2 \tag{5}$$

Din condiția (5) rezultă sistemul

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2\sum_{i=1}^{N} (a + bx_{1i} + cx_{2i} + dx_{3i} - y_i) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 2\sum_{i=1}^{N} (a + bx_{1i} + cx_{2i} + dx_{3i} - y_i)x_{1i} = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial c} = 2\sum_{i=1}^{N} (a + bx_{1i} + cx_{2i} + dx_{3i} - y_i)x_{2i} = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial S}{\partial d} = 2\sum_{i=1}^{N} (a + bx_{1i} + cx_{2i} + dx_{3i} - y_i)x_{3i} = 0.$$

echivalent cu sistemul :

$$Na + b\sum_{i=1}^{N} x_{1i} + c\sum_{i=1}^{N} x_{2i} + d\sum_{i=1}^{N} x_{3i} = \sum_{i=1}^{N} y_i$$

$$a\sum_{i=1}^{N} x_{1i} + b\sum_{i=1}^{N} x_{1i}^2 + c\sum_{i=1}^{N} x_{1i}x_{2i} + d\sum_{i=1}^{N} x_{1i}x_{3i} = \sum_{i=1}^{N} x_{1i}y_i \tag{7}$$

$$a\sum_{i=1}^{N} x_{2i} + b\sum_{i=1}^{N} x_{1i}x_{2i} + c\sum_{i=1}^{N} x_{2i}^2 + d\sum_{i=1}^{N} x_{2i}x_{3i} = \sum_{i=1}^{N} x_{2i}y_i$$

$$a\sum_{i=1}^{N} x_{3i} + b\sum_{i=1}^{N} x_{1i}x_{3i} + c\sum_{i=1}^{N} x_{2i}x_{3i} + d\sum_{i=1}^{N} x_{3i}^2 = \sum_{i=1}^{N} x_{3i}y_i$$

Coeficienții $\sum_{i=1}^{N} x_{1i}$, $\sum_{i=1}^{N} x_{2i}$, $\sum_{i=1}^{N} x_{3i}$, $\sum_{i=1}^{N} y_i$, $\sum_{i=1}^{N} x_{1i}^2$, $\sum_{i=1}^{N} x_{2i}^2$, $\sum_{i=1}^{N} x_{3i}^2$,

$$\sum_{i=1}^{N} x_{1i}y_i, \quad \sum_{i=1}^{N} x_{2i}y_i, \quad \sum_{i=1}^{N} x_{3i}y_i, \quad \sum_{i=1}^{N} x_{1i}x_{2i}, \quad \sum_{i=1}^{N} x_{1i}x_{3i}, \quad \sum_{i=1}^{N} x_{2i}x_{3i} \tag{8}$$

se pot determina din datele experimentale.

Pentru aceasta este necesar să se efectueze un număr N de încercări, prelucrîndu-se în anumite condiții cunoscute un anumit material, cu sculele studiate (avînd forma geometrică și dimensiunile cunoscute, fiind executate dintr-un anumit material, în anumite condiții cunoscute de execuție a acestora sau fiind produse noi ale unui anumit furnizor. Aceeași problemă apare și în cazul prelucrării cu niște scule cunoscute,a unor materiale nou apărute.

Valorile coeficienților de mai sus, determinate experimental, se pot introduce în sistemul (7) din care rezultă a, b, c, d, respectiv valorile C_v, m, x_v, y_v care ne interesează.

Datorită faptului că în sistemul (7) coeficienții necunoscutelor au valori dificile, neaparținînd șirului de numere întregi și deoarece acești coeficienți rezultă în urma unui calcul algebric destul de laborios, rezolvarea problemei nu este posibilă comod decît cu ajutorul calculatorului electronic de capacitate mare și deci metoda aceasta, cunoscută, [5] nu poate fi aplicată în orice atelier.

3. Metodica de lucru originală

În vederea sistematizării condițiilor de desfășurare a încercărilor și limitării erorilor, propunem a se face apel la unele noțiuni utilizate în teoria generală a planificării experimentelor în condiții de ortogonalitate [2], [3].

Aceasta admite efectuarea unui număr N de încercări semnificative, în funcție de numărul n al factorilor de influență ai funcției de răspuns a sistemului studiat, astfel încît să fie respectată condiția :

$$N = p^n \tag{9}$$

În relația (9) p reprezintă numărul nivelelor de variație a parametrilor luați în considerare. Cel mai comod este a se lucra cu două nivele : unul superior, iar celălalt inferior, față de o valoare medie de referință a parametrilor.

Condițiile de ortogonalitate presupun în general, ca sistemele de ecuații similare cu sistemul (7), să fie respectate egalitățile :

$$\sum_{u=1}^{N} x_{iu}x_{iu} = 0 \quad \text{pentru } i \neq u, \ \{u, i\} \subset \mathbb{N}^*$$

$$\sum_{u=1}^{N} x_{iu} = 0 \, ; \quad \sum_{u=1}^{N} x_{iu}^2 = 0 \text{ pentru orice } i, \ 1 \leqslant i \leqslant n, \quad n \in \mathbb{N}^* \tag{10}$$

Aceste condiții sînt îndeplinite dacă se lucrează în niște coordonate adimensionale, avînd semnificații date de transformarea

$$x_{iu} = \frac{(X_{iu} - X_i)}{2\Delta X_i} \quad \begin{matrix} 1 \leqslant i \leqslant n \\ 1 \leqslant u \leqslant N, \end{matrix} \quad \{n, N\} \subset \mathbb{N}^* \tag{11}$$

În această relație x_{iu} sînt valorile transformate ale parametrilor i la cele două nivele considerate, ΔX_i este valoarea orientată a distanței între nivelele atribuite variabilei și valoarea $\bar{X}_i$, $\bar{X}_i$ fiind media de referință a variabilei i :

$$\bar{X}_i = \frac{1}{N} \cdot \sum_{u=1}^{N} X_{iu} \tag{12}$$

În coordonate adimensionale, va rezulta :

$$x_{iu} = \pm 1 = \text{sign } X_{iu}, \tag{13}$$

considerîndu-se astfel :

$$\text{sign } X_{iu} = +1 \text{ pentru } X_{iu} > \bar{X}_i \text{ sign } X_i = -1 \text{ pt. } X_{iu} < \bar{X}_i \tag{14}$$

Ținînd cont de aceste elemente, propunem efectuarea următoarelor substituții, în sistemul (7) :

$$\sum_{i=1}^{N} x_{1i} = \sum_{i=1}^{N} (\bar{x}_1 + \Delta x_{1i}) = \sum_{i=1}^{N} \bar{x}_1 = N\bar{x}_1$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{2i} = N\bar{x}_2 ; \quad \sum_{i=1}^{N} x_{3i} = N\bar{x}_3$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{1i}^2 = \sum_{i=1}^{N} (\bar{x}_1 + \Delta x_{1i})^2 = \sum_{i=1}^{N} \bar{x}_1^2 + 2 \sum_{i=1}^{N} (\bar{x}_1 \cdot \Delta x_{1i}) +$$

$$+ \sum_{i=1}^{N} \Delta x_{1i}^2 = N(\bar{x}_1^2 + \Delta x_{1i}^2)$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{2i}^2 = N(\bar{x}_2^2 + \Delta x_{2i}^2) ; \quad \sum_{i=1}^{N} x_{3i}^2 = N(\bar{x}_3^2 + \Delta x_{3i}^2)$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{1i} x_{2i} = \sum_{i=1}^{N} (\bar{x}_1 + \Delta x_{1i})(\bar{x}_2 + \Delta x_{2i}) = N\bar{x}_1\bar{x}_2 \tag{15}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{2i} x_{3i} = N\bar{x}_2\bar{x}_3 ; \quad \sum_{i=1}^{N} x_{1i} x_{3i} = N\bar{x}_1\bar{x}_3$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{1i}y_i + \sum_{i=1}^{N} (\bar{x}_1 = \Delta x_{1i})\, y_i = \bar{x}_1 \sum_{i=1}^{N} y_i + \sum_{i=1}^{N} y_i \Delta x_{1i}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{2i}y_i = \bar{x}_2 \sum_{i=1}^{N} y_i + \sum_{i=1}^{N} y_i \Delta x_{2i}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{3i}y_i = \bar{x}_3 \sum_{i=1}^{N} y_i + \sum_{i=1}^{N} y_i \Delta x_{3i}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} y_i \Rightarrow \sum_{i=1}^{N} y_i = N\bar{y}$$

Aceste substituții pot fi efectuate în oricare sistem de experimente desfășurate în mod ortogonal.

Putem alege deci condițiile experimentale în așa fel încît să avem o distribuire simetrică a valorilor x_{1i}, x_{2i}, x_{3i} (la nivele egal depărtate față de valorile medii corespunzătoare $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$, $\bar{x}_3$), astfel încît să putem realiza îndeplinirea următoarelor condiții :

$$\sum_{i=1}^{N} \Delta x_{ji} = 0 \quad j \in \{1, 2, 3\} \tag{16}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{ji} = \sum_{i=1}^{N} (\bar{x}_j + \Delta x_{ji}) = N\bar{x}_j \tag{17}$$

În aceste condiții, sistemul (7) devine :

$$\begin{aligned}
&Na + \bar{x}_1 b + N\bar{x}_2 c + N\bar{x}_3 d = N\bar{y} \\
&N\bar{x}_1 a + N(\bar{x}_1^2 + \Delta x_{1i}^2)\, b + N\bar{x}_1\bar{x}_2 c + N\bar{x}_1\bar{x}_3 d = \\
&= N\bar{x}_1\bar{y} + \sum_{i=1}^{N} y_i \Delta x_{1i} \\
&N\bar{x}_2 a + N\bar{x}_1\bar{x}_2 b + N(\bar{x}_2^2 + \Delta x_{2i}^2)\, c + N\bar{x}_2\bar{x}_3 d = \\
&= N\bar{x}_2\bar{y} + \sum_{i=1}^{N} y_i \Delta x_{2i} \\
&N\bar{x}_3 a + N\bar{x}_1\bar{x}_3 b + N\bar{x}_2\bar{x}_3 c + N(\bar{x}_3^2 + \Delta x_{3i}^2)\, d = \\
&= N\bar{x}_3\bar{y} + \sum_{i=1}^{N} y_i \Delta x_{3i}
\end{aligned} \tag{18}$$

În ultimele trei ecuații ale sistemului (18) putem considera $\overline{x}_j=0$, prin translații ale sistemelor de axe logaritmice.

Rezultă că în domeniul de variație a parametrilor, în care se respectă funcția politropică Taylor-Gilbert, putem să nu ținem cont de valorile experimentale medii $\overline{x}_j$ ale parametrilor x_j întrucît ele tot nu influențează asupra exponenților din relațiile de tip Taylor-Gilbert, fiind nule.

Acest considerent permite micșorarea cu o treime a numărului încercărilor de durabilitate, fără a diminua precizia determinărilor, întrucît în cazul utilizării metodei propuse, pentru calculul fiecărui coeficient sau exponent se ține cont de întreg ansamblul rezultatelor încercărilor, care constituie în sine nu număr suficient de mare de date experimentale (opt perechi de valori sau de medii de valori experimentale).

Din rezolvarea în condițiile arătate, a ultimelor trei ecuații ale sistemului (18), rezultă :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i \operatorname{sing} x_{1i}}{N\Delta x_1} = \frac{-1}{m}; \quad c = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i \operatorname{sing} x_{2i}}{N\Delta x_2} = -\frac{1}{m} x_v;$$

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i \operatorname{sing} x_{3i}}{N\Delta x_3} = \frac{1}{m} y_v \tag{19}$$

Din rezolvarea primei ecuații a sistemului (17) în funcție de b, c, d, rezultă :

$$a = \overline{y} - \overline{x}_1 b - \overline{x}_2 c - \overline{x}_3 d = \frac{1}{m} \lg C_v \tag{20}$$

4. Relații explicite, pentru găurire

În condițiile experimentărilor ortogonale descrise mai sus, putem calcula deci coeficienții și exponenții ecuației Taylor-Gilbert direct în baza unor prelucrări matematice sumare ale rezultatelor experimentale, astfel :

$$m = -\frac{N \cdot \Delta x_1}{\sum_{i=1}^{N} y_i \operatorname{sing} x_{1i}}, \qquad \operatorname{sing} x_{ji} = \pm 1,$$

$$x_v = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i \operatorname{sing} x_{2i}}{\sum_{i=1}^{N} y_i \operatorname{sing} x_{1i}} \tag{21}$$

$$y_v = \frac{-\Delta x_1}{\Delta x_3} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i \operatorname{sing} x_{3i}}{\sum_{i=1}^{N} y_i \operatorname{sing} x_{1i}}$$

$$C_v = 10^{(m\overline{y} + \overline{x}_1 + \overline{x}_2 x_v - \overline{x}_3 y_v)}$$

Aceste relații originale sînt foarte comod de aplicat deoarece sînt explicite, dîndu-ne direct valorile coeficienților și exponenților politropici. Calculul se poate face în mod clasic, fără a se apela la calculatoare de mare capacitate.

În afară de studiul variației durabilității funcție de regimul de așchiere la găurire, metoda prezentată poate fi folosită și la deducerea legii de co-

TABEL DE CALCUL

pentru determinarea coeficientului C_v și a exponenților politropici din relația vitezei de așchiere la găurire

Date experimentale					$N = 8$		
v[m/min] $J = 1$	s[mm/rot] $j = 2$	D[mm] $j = 3$	T[min]				i ↓
$v_{-1} = 8$ $v_{+1} = 20$	$s_{-1} = 0{,}02$ $s_{+1} = 0{,}1$	$D_{-1} = 5$ $D_{+1} = 10$	T minim	T maxim	T mediu	$y_i =$ lg T_{med}	
sign x_{1i}	sign x_{2i}	sign x_{3i}					
−1	−1	−1	14,6	15,2	14,9	1,173186	1
		+1	17,5	21,5	19,5	1,290035	2
	+1	−1	6.8	9.0	7,9	0,897627	3
		+1	9,8	11,0	10,4	1,017033	4
+1	−1	−1	3,3	4,5	3,9	0,591065	5
		+1	5,8	6,0	5,9	0,770852	6
	+1	−1	1,2	2,2	1,7	0,230449	7
		+1	2,1	3,5	2,8	0,447158	8
$\Delta x_1 =$ $= 0{,}198970$	$\Delta x_2 =$ $= 0{,}349485.$	$\Delta x_3 =$ $= 0{,}150515$	$\leftarrow \Delta x_j$		$\sum_{i=1}^{8} y_i = 6{,}417405$		
$\bar{x}_1 = 1{,}102060$	$\bar{x}_2 = -1{,}349485$	$\bar{x}_3 = 0{,}849485$	$\leftarrow \bar{x}_j$		$\bar{y} = 0{,}8021756$		
$-2{,}338357$	$-1{,}232871$	$0{,}632751$	$\sum_{i=1}^{8} y_i \cdot \text{sign } x_{ji}$ ←		ELEMENTE de CALCUL PARȚIAL		
$m = \dfrac{-N \cdot \Delta x_1}{\sum_{i=1}^{N} y_i \cdot \text{sign } x_{1i}} =$ $= 0{,}6807172.$		$x_v = \dfrac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \cdot \dfrac{\sum_{i=1}^{N} y_i \cdot \text{sign } x_{2i}}{\sum_{i=1}^{N} y_1 \cdot \text{sign } x_{1i}} =$ $= 0{,}300169.$		REZULTATE FINALE			
$y = \dfrac{-\Delta x_1}{\Delta x_3} \cdot \dfrac{\sum_{i=1}^{N} y_i \cdot \text{sign } x_{3i}}{\sum_{i=1}^{N} y_i \cdot \text{sign } x_{1i}} =$ $= 0{,}3577089.$		$C_v = 10^{(m\bar{y} + \bar{x}_1 + \bar{x}_2 x_v - \bar{x}_3 y_v)} =$ $= 8{,}693065.$		$v = \dfrac{8{,}693 \cdot D^{0{,}358}}{T^{0{,}681} \cdot s^{0{,}3}} \cdot \prod_{\varphi=1}^{\xi} K_\varphi$			

relație a oricăror interacțiuni de tip politropic, pe baza unui număr redus de experimente.

Revenind la variabilele din relația (1), pentru cazul cînd lucrăm cu 8 experimente sau medii de rezultate experimentale, relațiile (21) devin :

$$m = -\frac{4(\lg v_{+1} - \lg v_{-1})}{\sum_{i=1}^{8} \lg T_i \cdot \operatorname{sign} v_i}$$

$$x_v = \frac{\lg v_{+1} - \lg v_{-1}}{\lg s_{+1} - \lg s_{+1}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{8} \lg T_i \cdot \operatorname{sign} s_i}{\sum_{i=1}^{8} \lg T_i \cdot \operatorname{sing} v_i} \qquad (22)$$

$$y_v = \frac{\lg v_{+1} - \lg v_{-1}}{\lg D_{-1} - \lg D_{+1}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{8} \lg T_i \cdot \operatorname{sign} D_i}{\sum_{i=1}^{8} \lg T_i \cdot \operatorname{sign} v_i}$$

$$C_v = 10^{\frac{1}{2}\left[\frac{m}{4}\sum_{i=1}^{8} \lg T_i + \lg v_{+1} + \lg v_{-1} + x_v(\lg s_{+1} + \lg s_{-1}) - y_v(\lg D_{+1} + \lg D_{-1})\right]}$$

Cu toate că la prima vedere aceste relații par foarte complicate, la o analiză atentă rezultă însă că aplicarea lor prespune efectuarea unor operații algebrice de nivel elementar, asupra valorilor numerice ale condițiilor experimentale factorizate și asupra rezultatelor acestor experimente simple, stînd deci direct la dispoziția oricărui tehnician dispus a efectua aceste calcule, conform tabelului de calcul exemplificativ alăturat, în scopul deducerii rapide a performanțelor sculelor noi, sau a posibilităților de prelucrare a unor materiale noi, fără a mai apela în acest scop la serviciile scumpe ale centrelor de calcul electronic computerizat, ci folosindu-se în acest scop, doar eventual de un calculator banal, de buzunar.

BIBLIOGRAFIE

1. *P. Gladcov, M. Voicu*, Determinarea prelucrabilității materialelor printr-un test rapid, de burghiere. „Comunicările celei de a doua Conferințe Naționale de Mașini Unelte și Scule", Institutul Politehnic, București, 1976.
2. *T. Baron*, Calitatea și fiabilitatea produselor, Editura didactică și pedagogică, Buc. 1976.
3. *V. V. Nalimov*, Teoria experimenta. Izdatelstvo „Nauka". Moskva — 1971.
4. *P. Gladcov, C. V. Gladcov*, Methods for the direct calculation of polytropic variation exponents and coefficients. Buletinul științific al Universității Galați (în curs de publicare).
5. *P. Gladcov, I. Hristache*, Revista de statistică nr. 2/1975.

Méthode rapide pour déterminer les coefficients et les exposants polytropiques à perçage

La détermination correcte des paramètres des régimes d'usinage impose la connaissance des lois de variation de durabilité d'outils comme un fonction de ceux paramètres.

Dans cet article, les auteurs présentent les relations explicites pour le calcul des coefficients et des exposants polytropique utilisées en perçage.

C.Z. : 621.8 :621.9.004.15

INFLUENȚA ULTRASUNETELOR ASUPRA REZISTENȚEI LA OBOSEALĂ A PRODUSELOR PRELUCRATE ÎN CÎMP ULTRASONOR

GH. AMZA *

În lucrare se prezintă analiza rezistenței la oboseală a unor produse deformate superficial în cîmp ultrasonor. Rezultatele experimentale obținute la anumite regimuri de prelucrare conduc la concluzia unei eficiențe sporite a suprapunerii energiei ultrasonore peste energia de deformare.

Această eficiență constă în creșterea cu 40 . . .70% a rezistenței la oboseală față de alte procedee clasice de deformare sau de creștere a rezistenței la oboseală. Cercetările microfractografice scot în evidență o suprafață de foarte bună calitate, fără amorse de fisuri ce comunică cu exteriorul.

Pentru a mări fiabilitatea organelor de mașini se folosește o prelucrare de finisare prin deformare plastică, care își găsește o aplicare tot mai largă în diferite domenii ale industriei constructoare de mașini. Procesul de deformare plastică la rece a stratului superficial are ca rezultat nu numai îmbunătățirea macro și microgeometriei suprafeței, a preciziei dimensionale și de formă, ci și îmbunătățirea proprietăților fizico-mecanice și fizico-chimice ale pieselor prelucrate. Dezavantajele metodelor clasice de deformare plastică la rece [6], [7], [8], constau în aceea că necesită forțe de apăsare mari, mașini specializate, sculele și utilajele sînt complicate și greu de realizat, productivitatea este relativ scăzută și tehnologia de prelucrare destul de complicată. O metodă eficace pentru micșorarea sarcinilor statice de deformare este aceea de a aplica fie sculelor, fie materialului ce urmează a fi deformat oscilații ultrasonore, energia ultrasonoră aducîndu-și un aport deosebit în desfășurarea procesului de deformare. Avantajele acestei metode referitoare la utilajul folosit pentru prelucrare rezultă din forțe statice de deformare mici, simplitatea schemei cinematice, scule relativ simple și ușor de realizat, posibilitatea utilizării unor mașini-unelte universale, posibilitatea prelucrării diferitelor tipuri de suprafețe și productivitatea ridicată.

Schema bloc a unor mașini de deformat în cîmp ultrasonor este prezentată în figura 1, iar schema cinematică de principiu este prezentată în

* Șef lucrări dr. ing., catedra Tehnologia materialelor și sudură.

figura 2. Potrivit schemei cinematice de principiu, instalația cuprinde trei părți distincte :

— blocul ultrasonic, A, format din traductorul magnetostrictiv 1, care convertește oscilațiile electrice primite de la generatorul de înaltă frecvență G, în oscilații mecanice cu frecvență reglabilă în domeniul

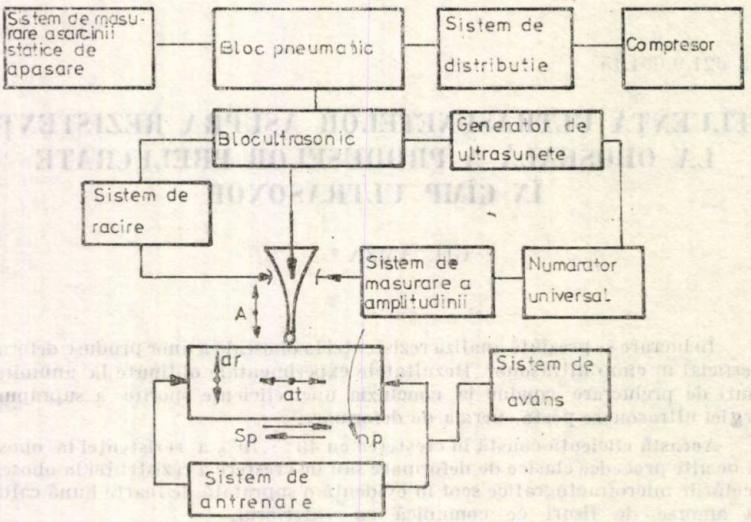


Fig. 1. Schema generală de principiu a unei instalații de durificat, netezit și detensionat în cîmp ultrasonor.

14,5 ... 32 kHz. De traductor este fixată prin lipire cu un aliaj special flanșa nodală 2, de care este fixat concentratorul tip bilă 4. Traductorul magnetostrictiv este răcit continuu cu ajutorul unui sistem de răcire și este izolat acustic prin intermediul carcasei 3 ;

— blocul pneumatic B, care realizează apăsarea concentratorului bilă asupra piesei 6, cu o forță statică P_0. El este alcătuit din cilindrul pneumatic sau hidraulic 7, care se deplasează în raport cu pistonul 8, legat la tija 9, care este fixată de batiul mașinii 18. Tija 9, este prevăzută cu o serie de orificii pentru aer și ulei. Pentru fixarea blocului ultrasonic A, care face corp comun cu blocul pneumatic sau hidraulic B se folosește o flanșă specială 11 și colierele 12, prevăzute cu role de glisare pe ghidajele prelucrate în coloana de susținere 19 ;

— sistemul de fixare și antrenare al piesei C, necesar pentru realizarea unei rotații a piesei 6, cu turația reglabilă n_p, este alcătuit dintr-un motor 13, reductorul 14, universalul 15 și vîrful rotitor 16. Sistemul este așezat pe masa mașinii 17, care are posibilitatea deplasării pe verticală și în plan orizontal cu un avans reglabil s_p.

Ecruisarea, independent de natura ei (prin întindere sau prin compresiune), mărește rezistența la oboseală a metalelor și aliajelor lor [8], [10]. Rezistența la oboseală a metalelor este influențată în mod diferit de diverși factori ca : forma și mărimea piesei, calitatea suprafeței, condițiile de exploatare, felul solicitării, suprasolicitării, coeficientul de asimetrie al

ciclului, șocurile, frecvența solicitării, temperatura și alții, de aceea este foarte important de știut modul cum influențează fiecare factor asupra rezistenței la oboseală precum și măsurile ce se pot lua pentru obținerea unei anumite rezistențe la oboseală cît mai ridicate.

Procedeul de deformare plastică la rece a stratului superficial în cîmp ultrasonor conduce la obținerea unei foarte bune calități a suprafețelor

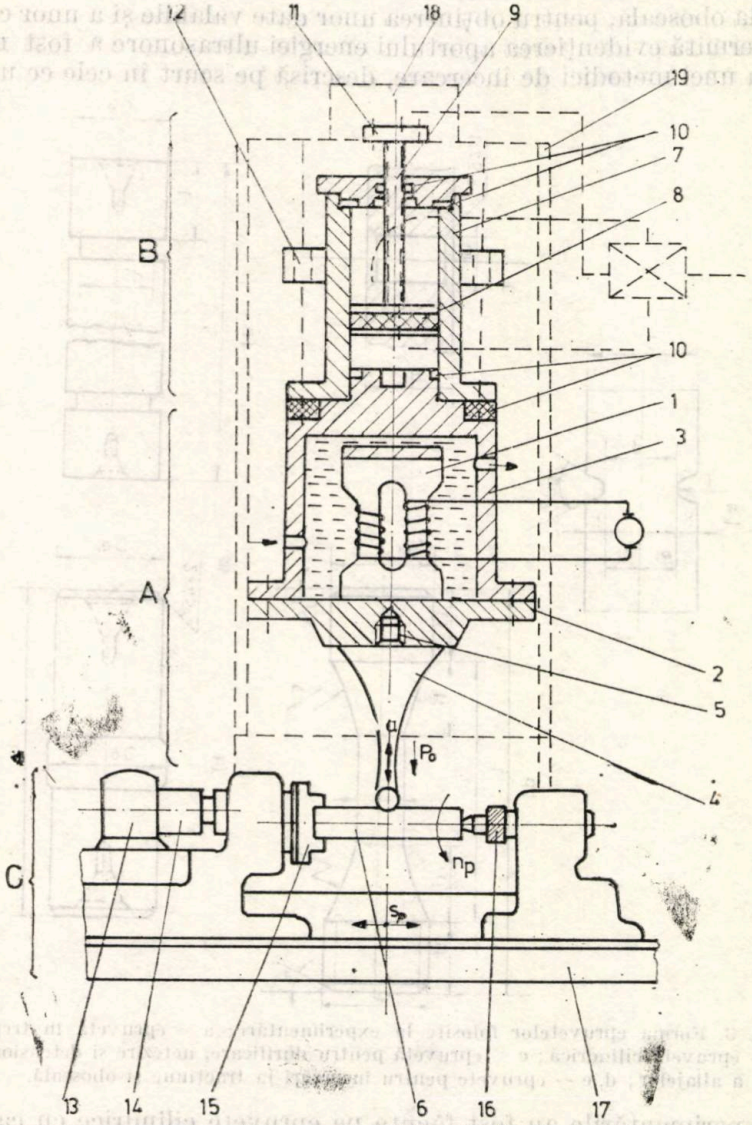


Fig. 2. Schema cinematică de principiu a instalației de durificat, netezit și detensionat în cîmp u trasonor tip DND-01-AM.

prelucrate [3], [2], [6], cu influență directă asupra rezistenței la oboseală. Pentru a exprima cantitativ influența calității suprafeței, adică a stării stratului superficial, asupra rezistenței la oboseală, se introduce un coefi-

cient global de calitate a suprafeței $\eta_{\sigma-1}$ care este raportul dintre rezistența la oboseală a epruvetei cu suprafața prelucrată în cîmp ultrasonor σ^u_{-1} și rezistența la oboseală a epruvetei cu suprafața prelucrată prin procedeul de comparație σ^c_{-1} :

$$\eta_{\sigma-1} = (\sigma^u_{-1}/\sigma^c_{-1}) \cdot 100\ [\%] \qquad (1)$$

Avînd în vedere numărul foarte mare de factori ce influențează rezistența la oboseală, pentru obținerea unor date valabile și a unor concluzii care să permită evidențierea aportului energiei ultrasonore a fost necesară stabilirea unei metodici de încercare, descrisă pe scurt în cele ce urmează.

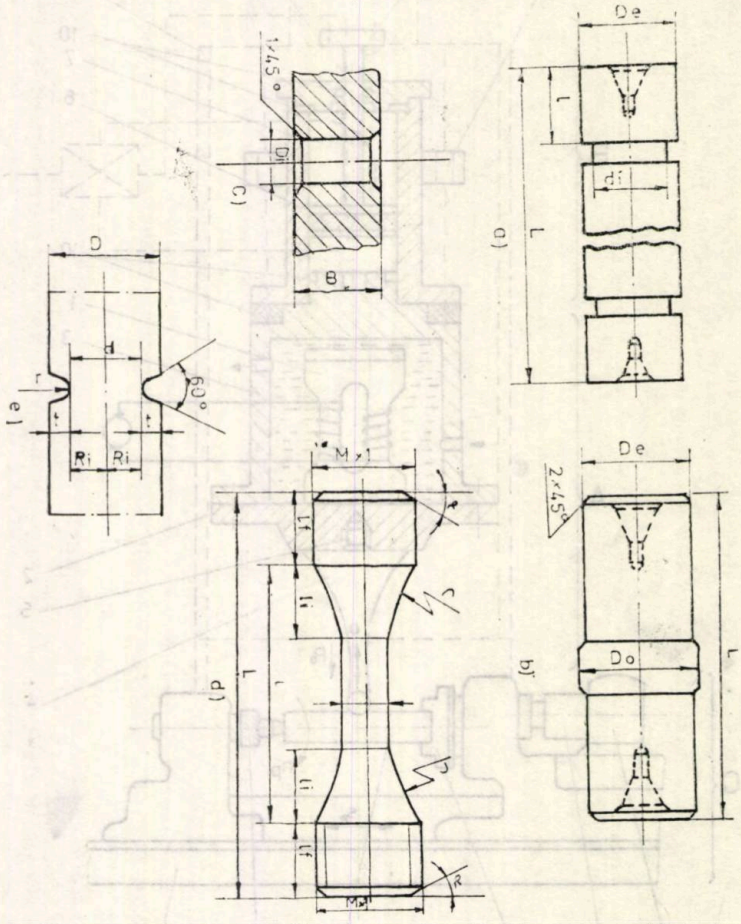


Fig. 3. Forma epruvetelor folosite la experimentări : a — epruvetă în trepte ; b — epruvetă cilindrică ; c — epruvetă pentru durificare, netezire și detensionare a aliajelor ; d, e — epruvete pentru încercări la tracțiune și oboseală.

Experimentările au fost făcute pe epruvete cilindrice cu cap filetat (fig. 3.) execuția lor fiind făcută după desenele din cartea tehnică a mașinii de încercat. Pe o serie de epruvete s-a executat în porțiunea centrală un concentrator de eforturi unitare de forma prezentată în figura 3, e. Acest concentrator de eforturi a avut rolul de a localiza ruperea epruvetei (în lipsa lui ruperea s-a produs oriunde pe porțiunea cilindrică, cu tendința

localizării spre recordări), a fost făcut în două moduri distincte : clasic, prin așchiere și neconvențional, prin deformare plastică în cîmp ultrasonor prin procedeul analizat. S-au încercat și epruvete netede prelucrate final cu ultrasunete pe toată suprafața prin durificare și netezire și s-au comparat cu epruvete netede prelucrate fără ultrasunete. Din fiecare din cele patru tipuri de epruvete s-au încercat cîte 10 bucăți, luîndu-se în considerare cîte șase bucăți cu rezultatele cele mai semnificative. Încercările s-au făcut la tracțiune-compresiune după ciclu simetric, frecvența de lucru fiind de 120 Hz. Mașina utilizată a fost vibroforul Amsler de înaltă frecvență, tip 10HFP 422. Acest vibrofor poate fi utilizat pentru determinarea limitei de oboseală la tracțiune, compresiune sau tracțiune-compresiune, deci la solicitări axiale, după cicluri cu orice coeficient de asimetrie R (de preferință $R = -1$). Epruvetele utilizate pot fi bare cilindrice cu capete filetate, fire, epruvete plate (plăci), table sau chiar elemente întregi de construcție (subansamble sudate sau nituite etc.). Pentru fiecare din aceste epruvete mașina este dotată cu capete de prindere corespunzătoare. Vibroforul poate executa încercări la oboseală la încovoiere și răsucire, precum și încercări la tracțiune, compresiune în condiții de temperaturi joase și înalte, fiind dotat pentru aceasta cu dispozitive suplimentare.

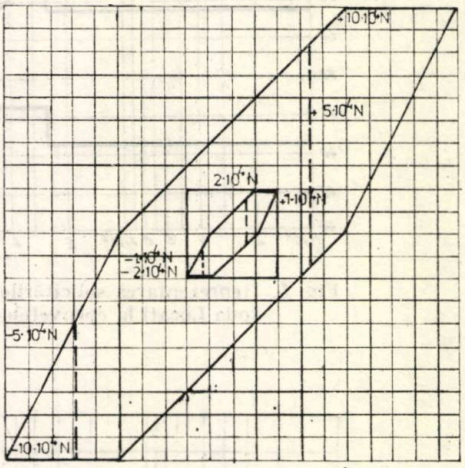


Fig. 4. Diagramă cu domeniul de încercări ce poate fi efectuat cu vibroforul AMSLER tip 10 HFP 422.

Pentru măsurarea solicitărilor, vibroforul este dotat cu două dinamometre, unul cu sarcină maximă de 10^5 N și unul cu sarcina maximă de $2 \cdot 10^4$N. Posibilitățile de încercare la diverse cicluri sînt cuprinse în diagrama din figura 4. Limitele de încărcare posibile se obțin ducînd verticale. Se observă că sarcina maximă în regim de solicitare alternant-simetrică este $\pm 5 \cdot 10^4$ N, respectiv $\pm 10^4$ N. Preciziile de citire a sarcinii (care se face pe o scală cu proiecție luminoasă) sînt de $\pm 1{,}5\%$, însă nedepășind ± 250 N, respectiv ± 50 N.

Dinamometrul folosit în cadrul experiențelor a fost cel de 10^5 N.

Încercările au decurs în felul următor :

— cîte șapte epruvete din fiecare serie au fost încercate pînă la rupere cu sarcină constantă pentru a se determina alura porțiunii înclinate a curbei Wöhler, iar cîte trei epruvete au fost încercate în trepte succesive de încărcare pentru a se determina rezistența la oboseală prin metoda sarcinii progresive (Locati) ;

— sau reținut pentru trasarea curbelor rezultatele experimentale de la cinci epruvete din fiecare serie încărcate la sarcină constantă și de la o epruvetă din fiecare serie încărcată în trepte (fig. 5 și fig. 6.).

S-au făcut următoarele ipoteze :

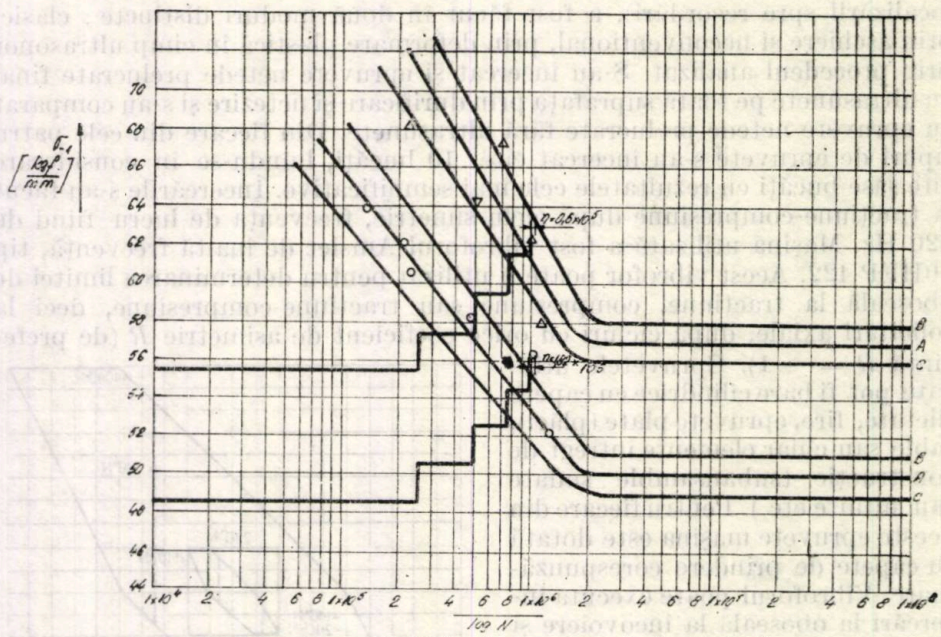


Fig. 5. Reprezentarea solicitărilor la încercarea în trepte după metoda Locati la epruvetele prelucrate fără ultrasunete.

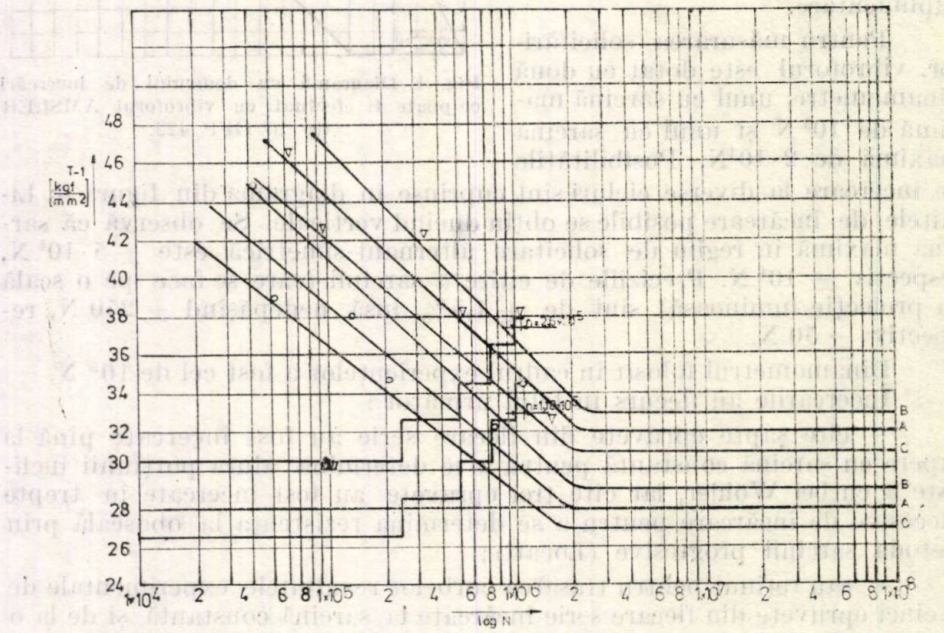


Fig. 6. Reprezentarea solicitărilor la încercarea în trepte după metoda Locati la epruvete prelucrate cu ultrasunete.

— ipoteza vătămării cumulative a lui Miner :

$$\sum \frac{n}{N} = 1 \qquad (2)$$

unde n este numărul de cicluri la un prag de solicitare ;

N — numărul de cicluri corespunzător ruperii la această solicitare, după curba Wöhler ;

— ipoteza cunoașterii alurei curbei Wöhler, $\sigma = f(n)$, pentru materialul respectiv sau pentru un material asemănător.

Pentru început s-a lucrat cu epruveta din OLC 45 normalizat obținute din aceeași bară, deoarece existau diferite posibilități de comparație cu curbe de oboseală ridicate în lucrările [4], [3], [10], [14]. S-a determinat

Tabelul 1

Rezultatele experimentale obținute la încercarea la oboseală — materialul OLC 45

Epruveta	Curba	N1	N2	N3	N4	N5	$\sum \frac{n}{N}$	Rezistența la oboseală
Epruveta netedă prelucrată fără ultrasunete	A	∞	$1,95 \cdot 10^6$	$1,2 \cdot 10^6$	$0,72 \cdot 10^6$	$0,5 \cdot 10^6$	1,18540	32,25
	B	∞	∞	$1,7 \cdot 10^6$	$1,2 \cdot 10^6$	$0,78 \cdot 10^6$	0,69530	
	C	∞	$1,3 \cdot 10^6$	$0,81 \cdot 10^6$	$0,45 \cdot 10^6$	$0,31 \cdot 10^6$	2,04210	
Epruveta cu concentrator prelucrată fără ultrasunete	A	∞	$1,6 \cdot 10^6$	$0,98 \cdot 10^6$	$0,54 \cdot 10^2$	$0,315 \cdot 10^6$	1,164310	28,2
	B	∞	∞	$1,4 \cdot 10^6$	$0,85 \cdot 10^6$	$0,35 \cdot 10^6$	0,68920	
	C	∞	$1,15 \cdot 10^6$	$0,61 \cdot 10^6$	$0,33 \cdot 10^6$	$0,19 \cdot 10^6$	1,89321	
Epruveta netedă prelucrată cu ultrasunete	A	∞	$1,7 \cdot 10^6$	$1,25 \cdot 10^6$	$1,0 \cdot 10^6$	$0,73 \cdot 10^6$	0,67852	55,75
	B	∞	∞	$1,6 \cdot 10^6$	$1,3 \cdot 10^6$	$1,05 \cdot 10^6$	0,40731	
	C	∞	$1,3 \cdot 10$	$1,0 \cdot 10^6$	$0,72 \cdot 10^6$	$0,53 \cdot 10^6$	0,90124	
Epruveta cu concentrator prelucrată cu ultrasunete	A	∞	$1,7 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^6$	$0,83 \cdot 10^6$	$0,58 \cdot 10^6$	0,97320	49,9
	B	∞	∞	$1,6 \cdot 10^6$	$1,2 \cdot 10^6$	$0,82 \cdot 10^6$	0,58721	
	C	∞	$1,3 \cdot 10^6$	$0,9 \cdot 10^6$	$0,6 \cdot 10^6$	$0,4 \cdot 10^6$	1,34331	

$\sigma_r = 70,5$ daN/mm² pe o epruvetă încercată la întindere, apoi s-a considerat că limita la oboseală a epruvetei netede prelucrată fără ultrasunete este $\sigma_{-1} = 32$ daN/mm², a epruvetei cu concentrator prelucrată la fel este $\sigma_{-1} = 28$ daN/mm². În continuare, s-au considerat cîte două curbe Wöhler luate de o parte și de alta a curbei corespunzătoare, trasate pentru fiecare epruvetă avînd $\Delta_{\sigma_{-1}} = \pm 1$ daN/mm² peste, respectiv sub limita la oboseală corespunzătoare curbei inițiale (B și C din figurile 5 și 6). S-a ales apoi cîte o epruvetă din fiecare tip din cele încercate la o solicitare care a crescut în trepte constante de 2 daN/mm² menținute un număr $n = \text{const.} = 2,5 \cdot 10^5$ cicluri, prima treaptă de solicitare fiind sub limita

de oboseală presupusă. S-a procedat similar pentru epruvetele prelucrate cu ultrasunete, estimîndu-se $\sigma_{-1}=57$ daN/mm², pentru epruvetele netede și $\sigma_{-1}=50$ daN/mm², pentru cele cu concentrator. Valorile obținute pentru $\sum \frac{n}{N}$ luate de pe fiecare curbă Wöhler sînt date în tabelul 1. Indicii 1, 2... arată treapta de solicitare pentru care s-a determinat valoarea N. În figura 7, a și b, s-au dedus rezistențele la oboseală ținînd cont de rezultatele din tabelul 1.

Examinînd valorile obținute pentru rezistența la oboseală a celor patru tipuri de epruvete prelucrate prin cele două procedee se constată

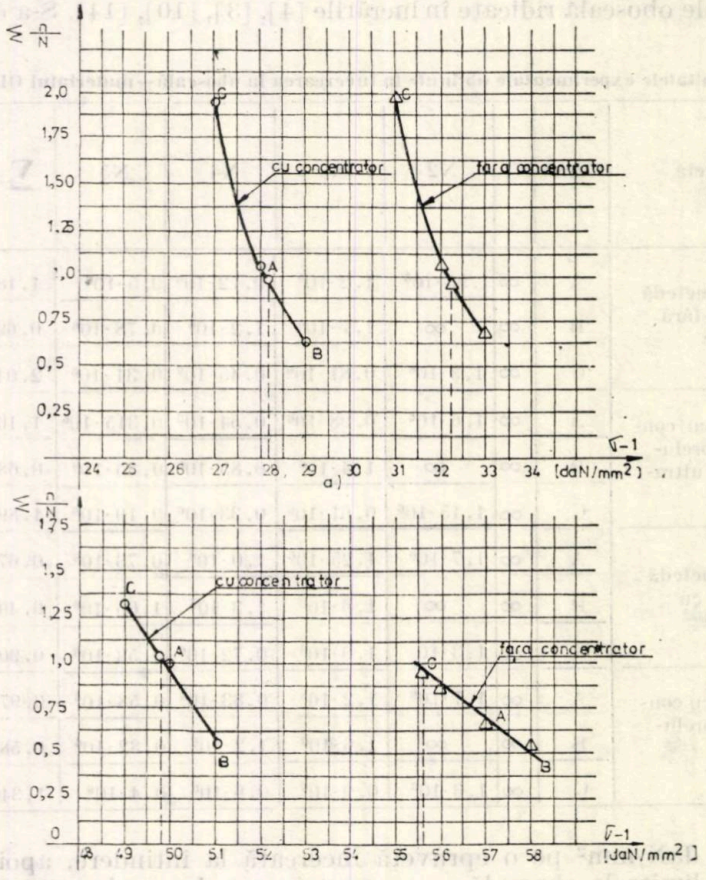


Fig. 7. Determinarea rezistenței la oboseală cu ajutorul curbei $\sum \frac{n}{N} = f(\sigma)$ după metoda Locati; a)— epruvete prelucrate fără ultrasunete; b) — epruvetă prelucrată cu ultrasunete.

că aportul energiei ultrasonore constă într-o creștere a rezistenței la oboseală cu 70% la epruvetele netede și cu 77% la epruvetele cu concentrator, obținîndu-se în acest fel rezultate mult superioare metodelor obișnuite folosite pentru ridicarea rezistenței la oboseală.

De asemenea, se poate observa că executarea concentratorului de eforturi unitare conduce în ambele cazuri de prelucrare la un efect de concentrare efectiv $\beta_e = 1{,}15$, ceea ce este într-o bună concordanță cu datele din literatura de specialitate.

După cîmpul de împrăștiere al valorilor obținute la încercarea epruvetelor netede, se poate trage concluzia că rezultatele sînt mai concludente, iar intervalul de încredere este mai bun decît în cazul epruvetelor cu concentrator. S-au făcut experimentări pe epruvete cu concentratori de tensiune nu numai pentru a localiza ruperea și a permite o cercetare microfractografică a ruperii în stratul deformat, ci și pentru a pune în evidență celelalte efecte ale energiei ultrasonore asupra stratului deformat (creșterea durității și micșorarea substanțială a microneregularităților). Ceea ce s-a remarcat însă în cazul unor epruvete cu concentrator prelucrat cu ultrasunete a fost scăderea considerabilă a coeficientului de sensibilitate la încrestare, care în unele cazuri a scăzut pînă aproape de zero, lucru ce demonstrează eficacitatea acțiunii energiei ultrasonore asupra rezistenței la oboseală. Faptul că unele epruvete supuse încercărilor nu s-au rupt în zona concentratorului de tensiune ci în altă parte, demonstrează posibilitatea utilizării acestui procedeu de durificare și netezire în cîmp ultrasonor la prelucrarea unor concentratori de natură tehnologică (canale, găuri, renuri, îmbinări prin strîngere, urme de prelucrare mecanică cu o importantă micșorare a coeficientului de sensibilitate la încrestare). S-a constatat, de asemenea, că un rol foarte important asupra creșterii rezistenței la oboseală îl are grosimea stratului ecruisat, dependența fiind aproximativ liniară.

Observație. Încercările efectuate în domeniul solicitărilor mari (sensibil peste limita de oboseală) au dus la concluzia că durabilitatea crește foarte mult (peste 100 ori) la epruvetele prelucrate cu ultrasunete, demonstrînd eficacitatea procedeului la prelucrarea unor organe de mașini care în timpul funcționării sînt supuse la solicitări variabile mult peste limita de oboseală.

Rezultatele asemănătoare au fost obținute și pentru epruvete confecționate din aluminiu și oțeluri aliate. Prelucrarea datelor experimentale s-a făcut absolut la fel ca și în cazul epruvetelor din OLC 45, analizat mai sus.

Pentru a demonstra eficacitatea acțiunii ultrasonore asupra creșterii rezistenței la oboseală s-au făcut comparații cu rezultatele obținute în literatura de specialitate [13], [10], [9], [12], la probe prelucrate prin diferite procedee. Din figura 8 se poate vedea creșterea rezistenței la oboseală a unui oțel carbon de calitate, cu 60%, față de prelucrarea prin rectificare, cu 30%, față de epruveta tratată termic și cu 10% față de epruveta rulată printr-un procedeu clasic. Rezultate asemănătoare s-au obținut și la oțelul 41MoC11 (fig. 9), unde creșterea rezistenței la oboseală a fost de 35% față de prelucrarea prin așchiere, de 30% față de proba tratată termic și de 15% față de proba durificată cu alice.

Deoarece produsele obținute prin deformare plastică a stratului superficial în cîmp ultrasonor au o calitate foarte bună a suprafețelor constînd dintr-o înălțime foarte mică a microneregularităților, duritate înaltă, rezistență la oboseală crescută, lipsa aproape totală a tensiunilor de ordinul I s-a studiat și mecanismul producerii ruperilor în urma încercărilor de oboseală.

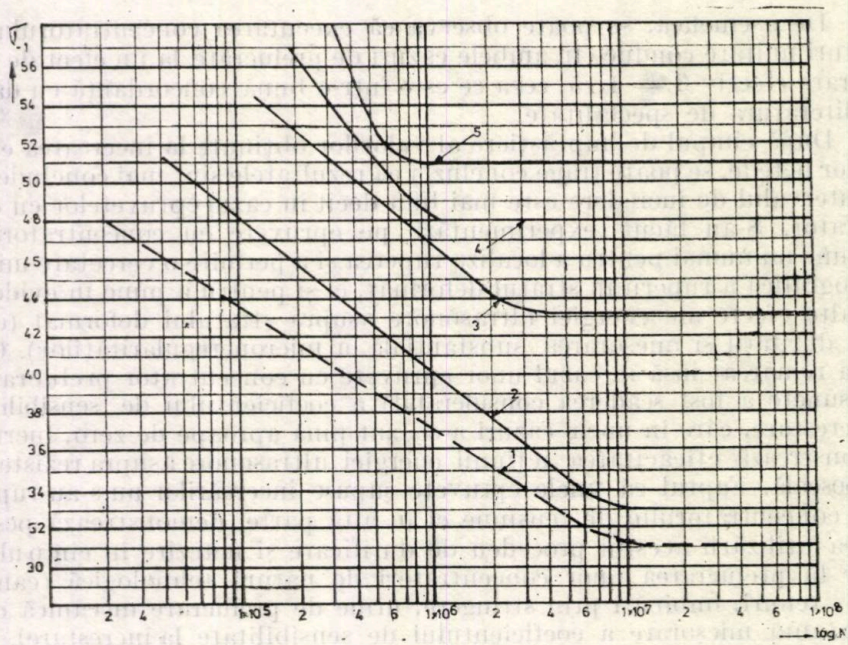


Fig. 8. Efectul ultrasunetelor asupra rezistenței la oboseală la OLC 45 : 1 — epruvetă acoperită cu un strat de Ni—Fe cu grosimi de 5 μm ; 2 — epruvetă rectificată neacoperită ; 3 — epruvetă în stare îmbunătățită ; 4 — epruvetă netedă rulată ; 5 — epruvetă netedă durificată și netezită cu ultrasunete.

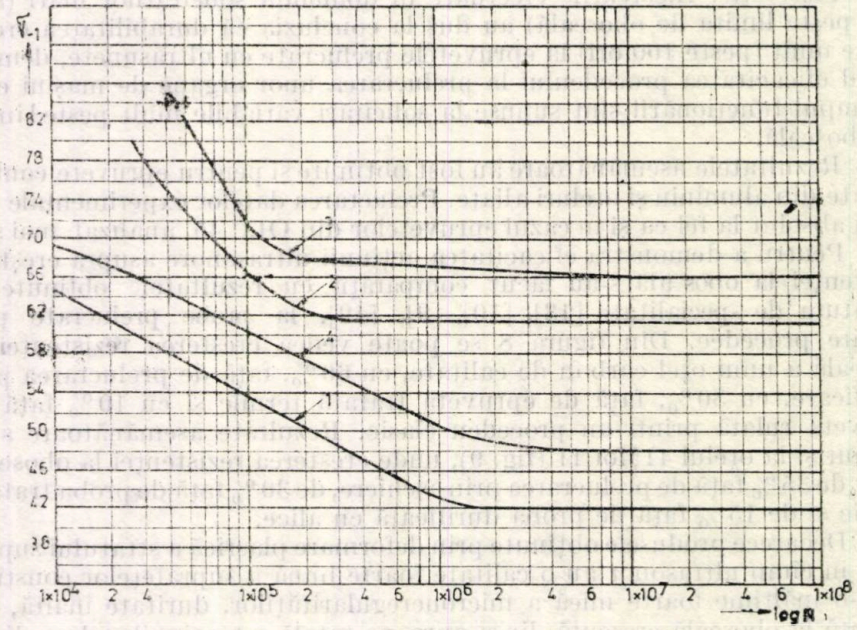


Fig. 6. Efectul energiei ultrasonore asupra rezistenței la oboseală la 41MoCl1 ; 1 — epruvetă rectificată ; 2 — epruvetă cu crestături ($k_\sigma = 2{,}2$) rulată cu alice ; 3 — epruvetă durificată și netezită cu ultrasunete ; 4 — epruvetă cu crestături ($k_\sigma = 2{,}2$) nitrurată.

Se știe că majoritatea ruperilor prin oboseală [3] pornesc de la suprafața piesei prin faptul că în straturile superficiale tensiunile sînt maxime în cazul solicitărilor de încovoiere, răsucire sau întindere a pieselor. În cazul produselor prelucrate în cîmp ultrasonor tensiunile sînt uniform repartizate pe secțiune în cazul solicitărilor la întindere sau compresiune, microneregularitățile suprafeței fiind mici reprezintă concentratori de eforturi mici, dar stratul superficial se găsește într-o situație defavorabilă deoarece legătura cu straturile vecine (nedeformate sau mai puțin deformate) nu se realizează din toate părțile ci numai unilateral.

Cercetările microfractografice s-au făcut pe un microscop electronic cu baleiaj tip JSM 50A caracterizat printr-o adîncime de focalizare mare, putere mare de rezoluție, sensibilitate și reproductibilitate a informațiilor obținute și o gamă largă de măriri. Pentru o redare clară a topografiei suprafețelor de rupere s-a lucrat cu electroni secundari accelerați la o tensiune de 25 kV. Analiza suprafețelor de rupere s-a făcut fără nici un fel de pregătire suplimentară ci așa cum au rezultat în urma procesului de rupere. Pentru a urmări topografia suprafețelor de rupere, forma și distribuția craterelor caracteristice materialelor prelucrate fără și cu ultrasunete, probele au fost examinate la diferite măriri. Cuprinderea în cîmpul de observație a unui număr cît mai mare de cratere pentru aprecierea aspectului ruperii s-a făcut la măriri $\times$ 100, $\times$ 300 și $\times$ 1000 iar tendința de formare a microgolurilor, distribuția, forma și dimensiunile craterelor s-a observat la măriri $\times$ 3000, $\times$ 5000 și $\times$ 10.000.

La toate probele analizate s-a încercat să se pună în evidență începutul fisurării și sfîrșitul fisurării cu punerea în evidență a aspectului ruperii în cele două faze pentru probe prelucrate fără ultrasunete și cu ultrasunete.

În figura 10 se arată topografia suprafeței de rupere caracteristică unor solicitări ciclice la o epruvetă prelucrată prin așchiere și finisată prin rectificare pentru a obține o suprafață netedă cu $R_a = 0{,}8$ μm. În această figură este marcat începutul fisurării prin apariția microfisurilor datorită neomogenității locale a materialului, formarea fisurii de oboseală și dezvoltarea fisurii sub acțiunea concentrării tensiunilor. În figura 11 se prezintă sfîrșitul fisurării la aceeași probă din figura 10. Se constată în acest caz o rupere cu aspect ductil, putîndu-se observa treptele de dezvoltare ale ruperii ductile sub forma „con-cupă". Dintr-o analiză atentă a topografiilor suprafeței de rupere a probei rectificate se constată aspectul accidentat al suprafețelor de rupere cu multe cratere de dimensiuni mari.

În figura 12 se pune în evidență începutul fisurării la o epruvetă durificată și netezită în cîmp ultrasonor supusă încercării la oboseală în aceleași condiții ca și cea prezentată în figura 10 și 11, iar în figura 13 sfîrșitul fisurării. Se constată că începutul fisurării are caracterul ruperii de oboseală iar sfîrșitul fisurării are caracterul ruperii ductile cu observația că suprafețele de rupere prezintă denivelări mai mici iar sfîrșitul fisurării are caracter predominant ductil craterele avînd diametre mai mici și sînt mai numeroase.

În concluzie se poate spune despre creșterea rezistenței la oboseală a produselor prelucrate prin deformare plastică a stratului superficial în cîmp ultrasonor, că este rezultatul creșterii durității stratului, al omogeni-

Fig. 10. Topografia suprafeței de rupere caracteristică la oboseală (inceputul fisurării) × 1000.

Fig. 11. Topografia suprafeței de rupere cu aspect ductil (sfirșitul fisurării) : × 1000.

Fig. 12. Topografia suprafeței de rupere caracteristică la oboseală (inceputul fisurării) : probă prelucrată cu ultrasunete × 1000

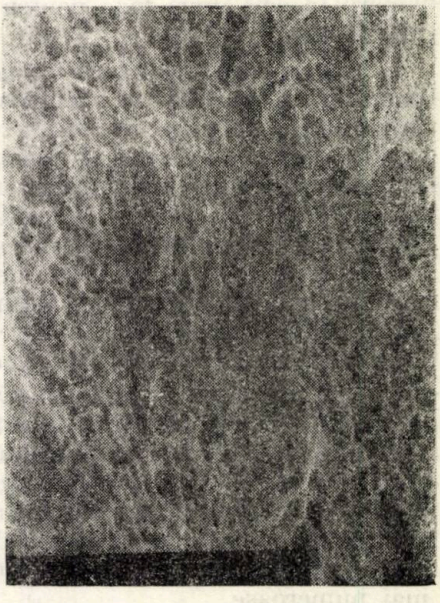


Fig. 1. Topografia suprafeței de rupere cu aspect ductil (sfirșitul fisurării) : probă prelucrată cu ultrasunete × 1000.

zării pe secțiune a tensiunilor interne și a lipsei tensiunilor de ordinul I, precum și al înlăturării efectului microneregularităților de concentratori de eforturi.

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Amza, D. Drimer*, Metodă și instalație de netezit, durificat și detensionat în cîmpul trasonor, Brevet de invenție nr. 69218 din 31.08.1978.
2. *Gh. Amza*, Unele contribuții la studiul fenomenelor de deformare plastică în cîmp ultrasonor, Referat nr. 2, Catedra tehnologia materialelor și sudură, 1977, 289 pagini.
3. *Gh. Amza*, Contribuții la studiul fenomenelor de deformare plastică în cîmp ultrasonor, Teză de doctorat, 1978, Catedra tehnologia materialelor și sudură, Institutul Politehnic București, 200 p.
4. *Gh. Amza, D. Drimer*, Îmbunătățirea calității suprafețelor pieselor prin netezire, durificare și detensionare în cîmp ultrasonor, Fiabilitatea în Construcția de Mașini, 2—4 noiembrie (1974), Iași.
5. *Gh. Amza, D. Drimer*, The design and construction of solid concentrations for ultrasonic enery, Ultrasonics, London, september 1976, p. 222—226.
6. *D. Drimer, Gh. Amza*, Mecanismul îmbunătățirii calității suprafețelor prelucrate prin deformare plastică a stratului superficial în cîmp ultrasonor, Conferința „Dezvoltarea Industrială a Tehnologiilor neconvenționale, 22—25 nov. 1977, București.
7. *I. Gavrilaș*, Construcția de Mașini, 6—7 (1966).
8. *I. Gavrilaș*, Netezirea și ecruisarea suprafețelor prin rulare, alunecare și lovire. Edit. tehnică, București, 1972.
9. *V. V. Klubovici*, Vlianie ultrazvuka na protess plasticeskoi deformații, Minsk, 1963.
10. *St. Nădășan ș.a.*, Oboseala metalelor. Edit. tehnică, București, 1962.
11. *V. P. Severdenko, i drughie*, Ultrazvuki Plasticionisti, Izdatelistvo Nauki i Tehniki, Minsk, 1976.
12. *C. E. Winsper, G. Dawson*, An introduction to the mechanics of oscillatory metalworking, Metals and Materials, April 1970, p. 158—162.
13. *C. E. Winsper, D. H. Sansome*, Forming 38(3), 1971, pag. 71—75.
14. *T. Worigrad ș.a.*, Review of Phisics Applied, 6, (1971), pag. 355—370.

The Influence of Ultrasound over the Fatigue-Strength of the Products Worked in Ultrasound Range

In the present work is presented the test of the fatigue-strength of some products superficially deformed in ultrasound range. Experimental data, obtained at certain working conditions show the inceased efficiency of the superposition of the ultrasound energy over the distortion-energy.

This efficiency consists in fatigue-strength raising with (40—70) per cent compared to other standard distortion methods or other standard ones of raising fatigue-strength. Microfracturing investigations point out a surface of a very good quality without fissures which communicates with outside exterior.

C.Z.: 519.688

ALGORITM ȘI PROGRAM DE CALCUL PENTRU DETERMINAREA FUNCȚIILOR DE REGRESIE MULTIVARIABILE*

M. GHEORGHE, C. STĂNCESCU, FL. DRĂGĂNESCU **

Lucrarea prezintă un algoritm și un program de calcul pentru determinarea funcțiilor de regresie multivariabile.

Algoritmul conține relațiile matematice principale privind forma funcției, structura programului experimental, calculul coeficienților, analiza de regresie, erorile statistice și intervalele de încredere.

Programul de calcul, elaborat în formă conversațională pentru un minicalculator CORAL—4011, este prezentat din punct de vedere al structurii generale și al modului de operare.

1. Introducere

Pentru a descrie analitic o relație de dependență funcțională Γ necunoscută dintre mărimile fizice Y și X_j, $j = 1,2, \ldots, k$,

$$Y = \Gamma(X_1, X_2, \ldots, X_j, \ldots, X_k) \tag{1}$$

corespunzătoare unui anumit proces (Y: uzură, forță, rugozitate etc.; X_j: caracteristici de material, parametri geometrici, parametri cinematici etc.), se alege o funcție de aproximare G,

$$Y = G(X_1, X_2, \ldots, X_j, \ldots, X_k) \tag{2}$$

în care coeficienții ce se atribuie variabilelor independente X_j se determină pe baza unor date experimentale, ținînd seama de repartiția stochastică a acestora. Funcția G, astfel determinată, se numește funcție (ecuație) de regresie, iar coeficienții respectivi — coeficienți de regresie.

Problemele pe care le ridică determinarea unei funcții de regresie sînt, în principal, următoarele: stabilirea formei (modelului), determinarea structurii programului experimental, calculul coeficienților de regresie, analiza de regresie, determinarea erorilor statistice și determinarea intervalelor de încredere pentru variabila dependentă.

Elementele privind rezolvarea problemelor de mai sus sînt prezentate fragmentar în diferite lucrări [1, 2, 3, 4 etc.].

---

* Lucrare publicată parțial în vol. II „Tribotehnica 84"

** Șef lucrări dr. ing. ; Șef lucrări dr. ing., Șef lucrări dr. ing., catedra T.C.M.

În lucrarea de față se prezintă sintetic elementele principale privind algoritmul și un program de calcul pentru rezolvarea problemelor pe care le ridică determinarea funcțiilor de regresie multivariabile (2).

2. Algoritm pentru determinarea funcțiilor de regresie multivariabile

Stabilirea formei (modelului)

La stabilirea formei G a unei funcții de regresie multivariabile (2) se au în vedere mai multe condiții [1, 2, 3, 4]. Condiția principală este ca funcția să fie liniară sau liniarizabilă în raport cu coeficienții de regresie (calculul acestora fiind, astfel, posibil prin metoda celor mai mici pătrate) și anume de tip polinomial în raport cu variabilele independente sau transformate (log, sin etc.) ale acestora, respectiv :

$$y = a_0 + \sum_1^k a_j z_j \quad (3) \text{ sau } y = a_0 + \sum_1^k a_j z_j + \sum_1^{k' \leqslant k} a_{jj} z_j^2 + \sum_{\substack{j,l=1 \\ j<l}}^{k' \leqslant k} a_{jl} z_j z_1 \qquad (4)$$

etc., unde

$$y = Y;\ z_j = X_j,\ j = 1, 2, \ldots, k \quad (5) \text{ sau } y = \log Y;\ z_j = \log X_j,\ j = 1,2, \ldots, k \quad (6) \text{ sau } y = \log Y;\ z_j = \log X_j,\ j = 1, 2, \ldots, k' \text{ și}$$

$$z_j = X_j,\ j = k' + 1,\ k' + 2, \ldots, k \quad (7) \qquad \text{etc.}$$

Pentru verificarea semnificației coeficienților de regresie este necesar ca variabilele independente să fie dimensionate după aceeași scară de unități de măsură, convenabil stabilită. Această dimensionare, respectiv trecerea de la unitățile de măsură naturale (m/min, mm/rot etc.) la o aceeași unitate de măsură adimensională, se realizează prin transformarea

$$z_j = C_j x_j + D_j,\ j = 1, 2, \ldots, k \qquad (8)$$

unde x_j sînt variabile de calcul (codificate) exprimate cu aceeași unitate de măsură oricare ar fi $j = 1, 2, \ldots, k$, iar C_j și D_j sînt constante.

Prin substituția (8) funcțiile (3), (4) etc. devin, respectiv, $y = b_0 + \sum_1^k b_j x_j$ (3') sau $y = b_0 + \sum_1^k b_j x_j + \sum_1^{k' \leqslant k} b_{jj} x_j^2 + \sum_{\substack{j,l=1 \\ j<l}}^{k' \leqslant k} b_{j1} x_j x_1$ (4') etc. unde b_0, b_j, b_{jj}, b_{j1} etc. sînt coeficienții de regresie ce pot fi supuși analizei de regresie.

Pentru uniformizarea scrierii se introduce variabila $x_0 = 1$ și se notează termenii de ordinul doi, trei etc. ($b_{jj}\ x_j^2$, $b_{j1} x_j x_1$, ...,) prin $b_j x_j$, $j = k + 1,\ k + 2, \ldots, m$ ($b_{11} x_1^2 = b_{k+1} x_{k+1}$, ...), astfel încît funcțiile (3') (4') etc. devin

$$y = \sum_0^m b_j x_j \Leftrightarrow y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + \ldots + b_j x_j + \ldots + b_m x_m \qquad (9)$$

Transformarea (8) este echivalentă cu transformarea

$$x_j = c_j z_j + d_j, \quad j = 1, 2, \ldots, k \tag{8'}$$

între coeficienţii c_j, d_j, C_j şi D_j existînd relaţiile

$$c_j = 1/C_j \text{ şi } d_j = -D_j/C_j, \; j = 1, 2, \ldots, k \tag{8''}$$

Stabilirea structurii programului experimental

Structura programului experimental de cercetare utilizat pentru determinarea unei funcţii de regresie este dată de : numărul n_* de experienţe diferite ; numărul n_0 de experienţe identice (necesare, în principal, pentru determinarea erorii experimentale) ; nivelurile w_j^u, $u = 1, 2, \ldots, \ldots, N - N$ fiind numărul total de niveluri — , respectiv valorile discrete care se experimentează efectiv ale variabilei independente w_j, $j = 1, 2, \ldots \ldots, k$, $w = X$, z sau x ; conţinutul experienţelor, respectiv componenţa multiplurilor E_i,

$$E_i = \{w_{i1}, \; w_{i2}, \ldots, \; w_{ij}, \ldots, w_{ik}\}, \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{10}$$

unde w_{ij} reprezintă nivelul variabilei X_j la experienţa i, iar n este numărul total de experienţe, respectiv

$$n = n_* + n_0 - 1 \tag{11}$$

Elementele n_*, n_0, w_j^u şi E_i se determină [5, 6] pe baza restricţiilor :

$$n_* \geqslant m + 1 \; (12) ; \; N \geqslant \sqrt[k]{n_*}, \; N \in \{3, 5, 7, \ldots\} \; (13)$$

$$x_j^u = -x_j^{N-u+1}, \; u = 1, 2, \ldots, N, \quad (\forall) j = 1, 2, \ldots, k \tag{14}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_{ij}^4 = \sum_{i=1}^{n} w_{ij}^2 w_{i1}^2, \; w = z \text{ sau } x, \; (\forall) j = 1, 2, \ldots, k, \; j \neq 1 \tag{15}$$

$$\text{Cov}\,(w_j, w_1) = 0 \Leftrightarrow n \sum_{i=1}^{n} w_{ij} w_{i1} = \sum_{i=1}^{n} w_{ij} \sum_{i=1}^{n} w_{i1}, \; (\forall) j, 1 =$$

$$= 1, 2, \ldots, k, \; j \neq 1 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} x_{ij} x_{i1} = 0, \; \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 0, \; (\forall)\, j, 1 =$$

$$= 1, 2, \ldots, k, \; j \neq 1 \quad \text{dacă (14) este adev. (16)}$$

$$X_j^1 = X_{j\min} \text{ şi } X_j = X_{j\max}^N, \; j = 1, 2, \ldots, k \; (17) \text{ etc.}$$

restricţii prin care se realizează compatibilitatea programului (rel. 12, 13 şi 15, rel. 15 — numai în cazul funcţiilor de ordinul doi cu termeni pătratici), ortogonalitatea programului (rel. 16), simplificarea operaţiei de alcătuire a structurii programului (rel. 14), acoperirea regiunii de experimentare ($X_{1\min}$, $X_{2\min}$, $\ldots$, $X_{k\min}$) $\ldots$ ($X_{1\max}$ $X_{2\max}$, $\ldots$, $X_{k\max}$) prestabilite (rel. 17) etc. Se menţionează că, dacă nivelurile codificate x_j^u satisfac condiţia (14) şi sînt în progresie aritmetică, atunci : nivelurile z_j^u sînt în pro-

gresie aritmetică (v. rel. 8 și 8′); nivelurile naturale X_j^u sînt în progresie aritmetică cînd $z_j = X_j$ (rel. 5), respectiv în progresie geometrică cînd $z_j = \log X_j$ (rel. 6); progresiile corespunzătoare nivelurilor x_j^u și, respectiv, X_j^u sînt independente. De asemenea, lucrînd cu trei niveluri ($N = 3$), nivelurile codificate minim și maxim pot fi $x_j^1 = x_{j\min} = -1$, $x_j^3 = x_{j\max} = +1$, respectiv $x_j^2 = x_{j\text{med}} = 0$, iar $X_{j\text{med}} = (X_{j\min} + X_{j\max})/2$ cînd $z_j = X_j$ și $X_{j\text{med}} = \sqrt{X_{j\min} \cdot X_{j\max}}$ cînd $z_j = \log X_j$.

Două exemple de programe experimentale care satisfac condițiile (12) — (16) sînt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Program P1							Program P2											
Funcție (3), $k = 3$							Funcție (4), $k = 3$											
i	1	2	3	4	5	6	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_j							x_j												
x_1	+1	−1	−1	+1	0	0	x_1	+1	−1	−1	+1	−1	+1	0	0	0	0	0	0
x_2	−1	+1	−1	+1	0	0	x_2	−1	+1	−1	+1	0	0	−1	+1	0	0	0	0
x_3	−1	−1	+1	+1	0	0	x_3	−1	−1	+1	+1	0	0	0	0	−1	+1	0	0

Calculul coeficienților de regresie

Calculul coeficienților de regresie, aplicînd metoda celor mai mici pătrate, se efectuează după cum urmează.

Fie y_i și $\hat{y}_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$, valorile variabilei dependente determinate prin măsurare și, respectiv, prin calcul cu ecuația de regresie. Diferența $\hat{y}_i - y_i$ se numește rezidual și fie RZ_i acesta, respectiv (v. și rel. 9)

$$RZ_i = \hat{y}_i - y_i \Leftrightarrow RZ_i = b_0 x_{i0} + b_1 x_{i1} + \ldots + b_j x_{ij} + \ldots + b_m x_{im} - y_i, \; i = 1, 2, \ldots, n \tag{17}$$

unde x_{ij} este nivelul variabilei $x_j, j = 1, 2, \ldots, m$, la experiența $i (x_{i0} = 1)$.

Fie $SPRZ$ suma pătratelor rezidualelor, respectiv,

$$SPRZ = \sum_1^n (\hat{y}_i - y_i)^2 \Leftrightarrow SRPZ = \sum_{i=1}^n (b_0 x_{i0} + b_1 x_{i1} + \ldots + b_j x_{ij} + \ldots + b_m x_{im} - y_i)^2 \tag{18}$$

Condiția ca $SPRZ$ să fie minimă, impusă de metoda celor mai mici pătrate, este satisfăcută pentru soluția $b = \{b_0, b_1, \ldots, b_j, \ldots, b_m\}$ a sistemului

$$\frac{\partial SPRZ}{\partial b_0} = 0, \; \frac{\partial SPRZ}{\partial b_1} = 0, \ldots, \frac{\partial SPRZ}{\partial b_m} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\sum_{j=0}^{m}\left(b_j \sum_{i=1}^{n} x_{i0}\, x_{ij}\right) = \sum_{i=1}^{n} x_{i0}\, y_i, \sum_{j=0}^{m}\left(b_j \sum_{i=1}^{n} x_{i1}\, x_{ij}\right) = \sum_{i=1}^{n} x_{i1}\, y_i, \ldots,$$

$$\sum_{j=0}^{m}\left(b_j \sum_{i=1}^{n} x_{im} x_{ij}\right) = \sum_{i=1}^{n} x_{im}\, y_i \tag{19}$$

Fie x^* matricea nivelurilor x_{ij}, $j = 1, 2, \ldots, k$, $i=1, 2, \ldots, n_*-1$, x — matricea nivelurilor x_{ij}, $j = 0, 1, 2, \ldots, m$, $i = 1, 2, \ldots, n$, Y — matricea răspunsurilor experimentale naturale Y_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, y — matricea răspunsurilor experimentale transformate y_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ și b — matricea coeficienților de regresie b_j, respectiv

$$x^* = \begin{bmatrix} x_{11} & \ldots & x_{1j} & \ldots & x_{1k} \\ x_{21} & \ldots & x_{2j} & \ldots & x_{2k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_{n_*-1,1} & \ldots & x_{n_*-1,j} & \ldots & x_{n_*-1,k} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_{10} & x_{11} & \ldots & x_{1j} & \ldots & x_{1m} \\ x_{20} & x_{21} & \ldots & x_{2j} & \ldots & x_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_{10} & x_{i1} & \ldots & x_{ij} & \ldots & x_{im} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_{n0} & x_{n1} & \ldots & x_{nj} & \ldots & x_{nm} \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_i \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \; y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \; b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_j \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \tag{20}$$

Spre exemplificare, matricele x^*, x și y corespunzătoare programului P2 din tabelul 1 și pentru $y = \ln Y$ și $k' = k$ în relația (4) sînt

$$x^* = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ +1 & -1 & -1 \\ -1 & +1 & -1 \\ -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 \\ -1 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & +1 \end{bmatrix},$$

$$x = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 & x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_1x_2 & x_1x_3 & x_2x_3 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} \ln Y_1 \\ \ln Y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \ln Y_{12} \end{bmatrix}$$

Se verifică imediat că soluţia b a sistemului (19) este dată, matriceal, de relaţia

$$b = (x^T x)^{-1} x^T y \tag{21}$$

unde x^T este transpusa matricei x, iar $(x^T x)^{-1}$ este inversa matricei $x^T x$ (matricea $x^T x$ este matricea sistemului (19)).

Se menţionează că, în cazul funcţiilor de regresie de ordinul întîi $y = \sum_0^k b_j x_j$, deoarece $\sum_{i=1}^n x_{ij} = \sum_{i=1}^n x_{ij} x_{j1} = 0$, soluţia sistemului (19) este

$$b_j = \sum_{i=1}^n x_{ij} y_i / \sum_{i=1}^n x_{ij}^2, \; j = 0, 1, 2, \ldots, k \tag{22}$$

Pentru calculul coeficienţilor a_j ai funcţiilor $y = y(z_j)$ — rel. (3), (4) etc. — se determină, mai întîi, constantele c_j şi d_j (rel. 8′). Astfel, pentru $(x_{j\min}, z_{j\min})$ şi $(x_{j\max}, z_{j\max})$, $x_{j\min} = -1$ şi $x_{j\max} = +1$, relaţia (8′) conduce la

$$c_j = \frac{2}{z_{j\max} - z_{j\min}} \text{ şi } d_j = -\frac{z_{j\max} + z_{j\min}}{z_{j\max} - z_{j\min}}, \; j = 1, 2, \ldots, k \tag{23}$$

unde $z_j = X_j$ sau $z_j = \log X_j$ etc. (v. rel. 5, 6, 7 etc.).

În continuare, avînd în vedere relaţiile dintre coeficienţii b_j şi a_j, relaţii obţinute prin identificarea funcţiilor (3′) şi (3), (4′) şi (4) etc. (după efectuarea substituţiilor (8′) în expresiile (3′), (4′) etc.), se construieşte matricea h, care în cazul funcţiilor de ordinul doi (4) este de forma (24).

$$h = \begin{bmatrix}
1 & d_1 & d_2 \ldots d_k & d_1^2 & d_2^2 \ldots d_k^2 & d_1d_2 \ldots d_1d_kd_2d_3 \ldots d_2d_k & \ldots d_{k-1}d_k \\
0 & c_1 & 0 \ldots 0 & 2c_1d_1 & 0 \ldots 0 & c_1d_2 \ldots \; c_1d_k \; 0 \ldots \; 0 & \ldots 0 \\
0 & 0 & c_2 \ldots 0 & 0 & 2c_2d_2 \ldots 0 & d_1c_2 \ldots \; 0 \; c_2d_3 \ldots c_2d_k & \ldots 0 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
0 & 0 & 0 \ldots c_k & 0 & 0 \ldots 2c_kd_3 & 0 \ldots \; d_1c_k \; 0 \ldots d_2c_k & \ldots d_{k-1}c_k \\
0 & 0 & 0 \ldots 0 & c_1^2 & 0 \ldots 0 & 0 \ldots \; 0 \; 0 \ldots 0 & \ldots 0 \\
0 & 0 & 0 \ldots 0 & 0 & c_2^2 \ldots 0 & 0 \ldots 0 \quad 0 \ldots 0 & \ldots 0 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
0 & 0 & 0 \ldots 0 & 0 & 0 \ldots c_k^2 & 0 \ldots 0 \quad 0 \ldots 0 \; 0 & \ldots 0 \\
0 & 0 & 0 \ldots 0 & 0 & 0 \ldots 0 & c_1c_2 \ldots 0 \quad 0 \ldots 0 & \ldots 0 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
0 & 0 & 0 \ldots 0 & 0 & 0 \ldots 0 & 0 \ldots c_1c_k \; 0 \ldots 0 & \ldots 0 \\
0 & 0 & 0 \ldots 0 & 0 & 0 \ldots 0 & 0 \ldots 0 \quad c_2c_3 \ldots 0 & \ldots 0 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
0 & 0 & 0 \ldots 0 & 0 & 0 \ldots 0 & 0 \ldots 0 \quad 0 \ldots c_2c_k & \ldots 0 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
0 & 0 & 0 \ldots 0 & 0 & 0 \ldots 0 & 0 \ldots 0 \quad 0 \ldots 0 & \ldots c_{k-1}c_k
\end{bmatrix} \tag{24}$$

$$a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \ldots \\ a_j \\ \ldots \\ a_m \end{bmatrix} \tag{25}$$

Fie a matricea coloană a coeficienților de regresie ai funcțiilor $y = y\,y(z_j)$ — rel. (3), (4) etc.

Se demonstrează că matricea a este dată de produsul matricelor h și b, respectiv

$$a = h\ b \tag{26}$$

Analiza de regresie

Analiza de regresie este echivalentă cu verificarea adecvanței forme funcției de regresie (modulului) și a semnificației coeficienților de regresie.

SPRZ fiind suma pătratelor rezidualelor (rel. 18), fie *PMRZ* pătratul mediu al rezidualelor, respectiv

$$PMRZ = SPRZ/(n - m - 1) \tag{27}$$

unde $(n - m - 1)$ este numărul gradelor de libertate atribuite sumei *SPRZ*, n fiind numărul total de experiențe, iar $(m + 1)$ — numărul total al coeficienților de regresie (v. rel. 9 și 11).

Fie EE_i eroarea experimentală (întîmplătoare) corespunzătoare experienței i din cadrul celor n_0 experiențe identice, respectiv

$$EE_i = y_i - \bar{y}_0,\ i = n - n_0 + 1, n - n_0 + 2, \ldots, n, \bar{y}_0 = \sum_{i=n-n_0+1}^{n} y_i/n_0 \tag{28}$$

$SPEE$ — suma pătratelor erorilor experimentale și $PMEE$ — pătratul mediu al erorilor experimentale, respectiv

$$SPEE = \sum_{1}^{n} \left(y_i - \sum_{i=n-n_0+1}^{n} y_i/n_0 \right)^2 \text{ și } PMEE = SPEE/(n_0 - 1) \tag{29}$$

unde $n_0 - 1$ reprezintă numărul gradelor de libertate atribuite sumei $SPEE$.

Dacă y_i, $i = n - n_0 + 1, \ldots, n$ sînt răspunsurile experimentale corespunzătoare celor n_0 experiențe identice, fie y_0 matricea coloană a răspunsurilor y_i considerate și y_0^* — matricea coloană avînd termenii egali cu media $\bar{y}_0$ a răspunsurilor (rel. 29′).

$$y_0 = \begin{bmatrix} y_{n-n_0+1} \\ y_{n-n_0+2} \\ \cdots \\ y_i \\ \cdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad y_0^* = \begin{bmatrix} \bar{y}_0 \\ \bar{y}_0 \\ \cdots \\ \bar{y}_0 \\ \cdots \\ \bar{y}_0 \end{bmatrix} \tag{29'}$$

Se verifică imediat că

$$SPRZ = y^T y - b^T(x^T y), \text{ respectiv } PMRZ - SPRZ/(n - m - 1) \tag{30}$$

și

$$SPEE = (y_0 - y_0^*)(y_0 - y_0^*), \text{ respectiv } PMEE = SPEE/(n_0 - 1) \tag{31}$$

unde y^T, b^T, x^T, $(y_0 - y_0^*)^T$ sînt transpusele matricelor y, b, x și, respectiv, $y_0 - y_0^*$.

Pentru ca funcția de regresie G să fie o estimație acceptabilă a relației funcționale Γ este necesar ca erorile de adecvanță $G_i - \Gamma_i$ să aibă caracter de erori întîmplătoare, respectiv rezidualele RZ_i și erorile întîmplătoare EE_i să fie de același ordin de mărime. Pentru a verifica această proprietate se definesc : suma pătratelor de inadecvanță SPI, pătratul mediu de inadecvanță PMI și variabila F^*, respectiv

$$SPI = SPRZ - SPEE \text{ și } PMI = SPI/(n - n_0 - m) \tag{32}$$

$$F^* = PMI/PMEE \tag{33}$$

unde $(n - n_0 - m)$ reprezintă numărul gradelor de libertate atribuite sumei SPI.

Variabila F^* urmează o repartiție Fisher cu $(n - n_0 - m)$ și, respectiv, $(n_0 - 1)$ grade de libertate.

Dacă F este statistica repartiție Fisher, fie $F(n - n_0 - m, n_0 - 1, P)$ valoarea acesteia pentru $n - n_0 - m$ și $n_0 - 1$ grade de libertate și probabilitatea P (nivelul de semnificație $\alpha = 1 - P$),

Fie R^* indicatorul de adecvanță, respectiv

$$R^* = F^*/F(n - n_0 - m,\ n_0 - 1,\ P) \tag{34}$$

Funcția de regresie G determinată este adecvată din punct de vedere al formei dacă

$$R^* < 1 \tag{35}$$

și este inadecvată în caz contrar, respectiv, dacă $R^* \geqslant 1$.

Pentru studiul semnificației coeficienților de regresie se consideră : SPB_j — suma pătratelor datorate coeficientului de regresie b_j ; MPB_j — pătratul mediu al sumei SPB_j, matricele b^*, SPB și PMB și variabila F_j, respectiv

$$SPB_j = \left| b_j \sum_{i=1}^{n} x_{ij}\, y_j \right|,\quad PMB_j = SPB_j/1,\ j = 0, 1, \ldots, m \tag{36}$$

$$b^* = \begin{bmatrix} b_0 & 0 \ldots 0 \\ 0 & b_1 \ldots 0 \\ \cdot & \cdot \ldots \cdot \\ 0 & 0 \ldots b_m \end{bmatrix},\quad SPB = \begin{bmatrix} SPB_0 \\ SPB_1 \\ \vdots \\ SPB_m \end{bmatrix},\quad PMB = \begin{bmatrix} PMB_0 \\ PMB_1 \\ \vdots \\ PMB_m \end{bmatrix} \tag{37}$$

$$F_j = PMB_j/PMRZ,\ j = 0, 1, \ldots, m \tag{38}$$

Variabilele F_j urmează o repartiție Fisher cu 1 și, respectiv, $(n - m - 1)$ grade de libertate.

Dacă F este statistica repartiției Fisher, fie $F(1, n - m - 1, P)$ valoarea acesteia pentru 1 și $(n - m - 1)$ grade de libertate și probabilitatea P.

Fie R_j indicatorii de semnificație ai coeficienților b_j, respectiv

$$R_j = F_j/F(1, n - m - 1, P),\ j = 0, 1, \ldots, m \tag{39}$$

Coeficientul de regresie b_j este semnificativ dacă

$$R_j > 1 \tag{40}$$

și este nesemnificativ în caz contrar, respectiv dacă $R \leqslant 1$.

Determinarea erorilor statistice

Erorile statistice, respectiv diferențele absolute sau relative dintre răspunsurile măsurate și cele calculate (rezidualele naturale), dau o imagine sugestivă asupra preciziei de descriere a procesului studiat de către funcția de regresie determinată.

Pentru determinarea erorilor statistice se calculează, mai întîi, răspunsurile $\hat{y}_i$ cu relația (9) sau cu elemente ale matricei $\hat{y} = xb$ și apoi răspunsurile naturale $\hat{Y}_i$, respectiv

$$\hat{y}_i = \sum_{i=0}^{n} b_j x_{ij} \text{ sau } \hat{y}_i \in \hat{y}, \hat{y} = xb \tag{41}$$

$$\hat{Y}_i = \hat{y}_i \text{ dacă } y = \hat{Y} \text{ (rel. 5)}; \; \hat{Y}_i = 10^{\hat{y}_i} \text{ dacă } y = \lg Y \text{ (rel 6) etc.} \tag{42}$$

Erorile statistice absolute ε_i și relative $\varepsilon\%_{oi}$ vor fi, deci,

$$\varepsilon_i = Y_i - \hat{Y}_i, \text{ respectiv } \varepsilon\%_{oi} = \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} 100\%, \; i = 1, 2, \ldots, n \tag{43}$$

unde Y_i este răspunsul natural măsurat la experiența i.

Se numește eroare statistică maximă eroarea $\varepsilon\%_{omax}$

$$\varepsilon\%_{omax} = \max \; |\varepsilon\%_{oi}| \tag{44}$$

Determinarea intervalelor de încredere

Datorită erorilor întîmplătoare inevitabile, răspunsurile obținute la repetarea unei experiențe nu sînt identice și, deci, nici egale cu valoarea calculată (dată de regresie). De aceea, este util să se cunoască intervalele de încredere pentru răspunsurile experimentale.

Se demonstrează [4] că matricea de dispersie (varianță-covarianță) a coeficienților de regresie $V(b)$ este

$$V(b) = (x^T x)^{-1} s^2 \tag{45}$$

respectiv, dispersia (varianța) coeficientului de regresie b_j, $V(b_j)$, și covarianța coeficienților b_j și b_1, $\text{Cov}(b_j, b_1)$, sînt

$$V(b_j) = u_{jj} s^2 \text{ și } \text{Cov}(b_j, b_1) = u_{j1} s^2, j, 1 = 0, 1, \ldots, m, j \neq 1 \tag{46}$$

unde, în general, dispersia s^2 se ia egală cu $PMRZ$, adică

$$s^2 = PMRZ \tag{47}$$

iar u_{jj} u_{j1} sînt elementele matricei $(x^T x)^{-1}$ situate la intersecția liniei j și coloanei j, respectiv, liniei j și coloanei 1.

Se demonstrează, de asemenea, că dispersia răspunsului $\hat{y}_i$, $V(\hat{y}_i)$, este

$$V(\hat{y}_i) = \sum_{j=0}^{m} x_{ij}^2 V(b_j) + 2 \sum_{\substack{j,l=0 \\ j<l}}^{m} x_{ij} x_{i1} \text{Cov}(b_j, b_1) \Leftrightarrow$$

$$V(\hat{y}_i) = \left(\sum_{j=0}^{m} x_{ij}^2 u_{jj} + 2 \sum_{\substack{j,l=0 \\ j<l}}^{m} x_{ij} x_{i1} u_{j1} \right) PMRZ, \; i = 1, 2, \ldots, n \tag{48}$$

sau, echivalent, $V(y_i)$ este elementul situat la intersecţia liniei i şi coloanei i din matricea $V(\hat{y})$,

$$V(\hat{y}) = x(x^T x)^{-1} x^T \; PMRZ \tag{49}$$

Dacă t este statistica distribuţiei Student, fie $t(n - m - 1, P)$ valoarea acesteia pentru $(n - m - 1)$ grade de libertate şi probabilitatea P. Fie λ_i valoarea produsului $t(n - m - 1, P) \sqrt{V(\hat{y}_i)}$, respectiv

$$\lambda_i = t(n - m - 1, P) \sqrt{V(\hat{y}_i)}, \; i = 1, 2, \ldots, n \tag{50}$$

In ipoteza unei distribuţii normale, răspunsurile y_i şi Y_i au, cu probabilitatea P, intervalele de încredere $[\hat{y}_i - \lambda_i, \hat{y}_i + \lambda_i]$, respectiv

$$y_i \in [\hat{y}_i - \lambda_i, \hat{y}_i + \lambda_i], \; i = 1, 2, \ldots, n \tag{51}$$

şi

$$Y_i \in [\hat{y}_i - \lambda_i, \hat{y}_i + \lambda_i] \text{ dacă } y = Y \text{ (rel. 5)}; \; Y_i \in [10^{\hat{y_i} - \lambda_i}, \; 10^{\hat{y_i} - \lambda_i}]$$
$$\text{dacă } y = \lg Y \text{ (rel. 6) etc.} \tag{52}$$

unde $\hat{y}_i$ se calculează cu relaţia (41).

3. Program de calcul pentru determinarea funcţiilor de regresie multivariabile

Volumul mare al calculelor cerute de rezolvarea problemei prezentate teoretic anterior face ca efectuarea manuală a acestora să fie eficientă în cazul unor aplicaţii (funcţii, şi, respectiv, programe experimentale) simple. În scopul depăşirii acestei limite şi al reducerii la minimum a detaliilor de operare, a fost elaborat un program de calcul, scris în FORTRAN, sub formă conversaţională şi implementabil pe un minicalculator CORAL—4011 sau INDEPEDENT I—100.

Datorită volumului mare de memorie necesară, au fost concepute un program sursă generalizat SKREGS şi o serie de programe de generare şi prelucrare, cu ajutorul cărora, pentru valorile concrete ale parametrilor ce definesc funcţia de regresie şi structura programului experimental, se obţine programul de calcul efectiv (particular). Dată fiind întinderea mare a programului, se prezintă, în continuare numai elementele principale de operare care trebuie cunoscute de utilizator pentru realizarea unui program de calcul particular.

Schema logică structurală a programului este prezentată în fig. 1.

Fişierele necesare pentru realizarea unui program de calcul particular sînt următoarele:

SKREGS. FTN = fişier care conţine textul programului sursă generalizat SKREGS;

CHANGE. TSK = fişier care conţine programul de generare a programului sursă particular prin prelucrarea şi compactarea programului sursă generalizat SKREGS;

REGS.CMD = fişier de comenzi indirecte care apelează programul CHANGE de generare a programului sursă particular şi compilează programul sursă particular, lansîndu-l în final în execuţie;

numex. DAT = fișier de date care conțin matricea x a nivelurilor codificate x_{ij}, $j = 1, 2, \ldots, k$, $i = 1, 2, \ldots, (n_* - 1)$ — v. rel. (20) —, identificatorul (numex) fiind stabilit convenabil de către utilizator (X1 sau XX5 etc.);

numeY. DAT — fișier de date care conține matricea coloană a răspunsurilor naturale experimentale Y_j, $i = 1, 2, \ldots, n$, —v. rel. (20) —, identifictorul (numeY) fiind stabilit convenabil de către utilizator (Y1 sau F6 etc.).

Se subliniază că fișierele SKREGS. FTN, CHANGE. TSK și REGS. CMD se găsesc în biblioteca de programe a calculatorului, iar fișierele numex. DAT și numeY. DAT se creează de către utilizator.

De asemenea, se menționează că în cazul calculatorului CORAL-4011, sub sistemul de operare RSX—11M[7] deschiderea sesiunii la terminal se face printr-o procedură inițială prin comanda HELLO urmată de introducerea contului și a parolei utilizatorului.

Dispunînd în contul său de fișierele SKREGS. FTN, CHANGE. TSK și REGS. CMD, utilizatorul poate crea programul de calcul particular, respectiv programul corespunzător valorilor concrete ale parametrilor k, $m + 1$, n și n_0. În acest scop,

— se dă „comanda" CREGS —

și, în continuare, răspunzînd la întrebările puse succesiv de procesorul de comenzi indirecte și de programul CHANGE se introduc:

— numărul de variabile independente k;

— numărul total al coeficienților de regresie $(m + 1)$;

— numărul total de experiențe n;

— numărul de experiențe identice n_0;

— numele programului particular, convenabil stabilit (R1 sau P5) etc.).

În contul utilizatorului s-au creat, astfel, o serie de fișiere noi, de diferite tipuri și avînd numele comun, identic cu cel dat programului particular. Dintre acestea, este suficient să fie reținut fișierul (nume program particular). TSK (R1. TSK sau P5. TSK etc.) care conține programul de calcul particular ce poate fi rulat.

Dispunînd în contul său de fișierele (nume program particular). TSK, numex. DAT și nume Y. DAT, utilizatorul poate rula programul particular în vederea determinării funcției de regresie corespunzătoare aplicației analizate. În acest scop,

— se dă „comanda" RUN nume program particular (RUN R1 sau RUN P5 etc.) —

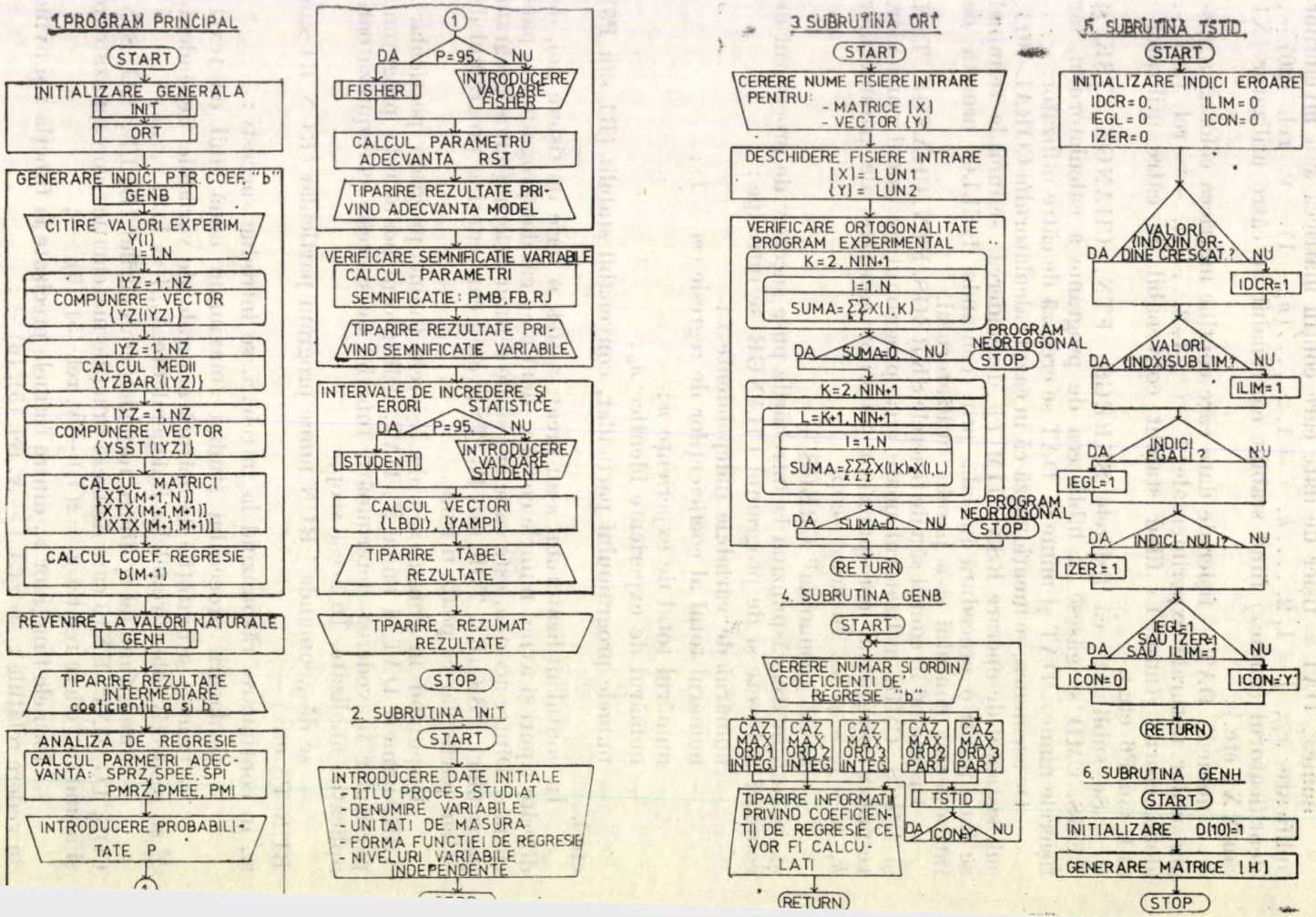
și, în continuare, răspunzînd la întrebări, se introduc succesiv:

— titulatura procesului studiat (maximum două linii de text);

— numele și unitățile de măsură naturale ale variabilei dependente Y și, respectiv, ale variabilelor independente X_j, $j = 1, 2, \ldots, k$;

— forma funcției z, dintre formele (simbolurile) ID, LN, LG, SIN, COS, TG, EXP, EX10 care definesc funcțiile matematice corespunzătoare și avînd în vedere relația $y = z(Y)$ — v. rel. (5), (6). — ;

— formele funcțiilor z_j, dintre formele precizate la funcția z și avînd în vedere relațiile $z_j = z_j(X_j)$ — v. rel. (5), (6) — ;


1.PROGRAM PRINCIPAL
START
INITIALIZARE GENERALA
INIT
ORT
GENERARE INDICI PTR.COEF. "b"
GENB
CITIRE VALORI EXPERIM. Y(I) I=1,N
IYZ=1,NZ
COMPUNERE VECTOR (YZ(IYZ))
IYZ=1,NZ
CALCUL MEDII (YZBAR(IYZ))
IYZ=1,NZ
COMPUNERE VECTOR (YSST(IYZ))
CALCUL MATRICI [XT(M+1,N)] [XTX(M+1,M+1)] [IXTX(M+1,M+1)]
CALCUL COEF. REGRESIE b(M+1)
REVENIRE LA VALORI NATURALE
GENH
TIPARIRE REZULTATE INTERMEDIARE coeficienții a și b
ANALIZA DE REGRESIE
CALCUL PARMETRI ADECVANTA: SPRZ, SPEE, SPI PMRZ, PMEE, PMI
INTRODUCERE PROBABILITATE P
1
DA
P=95.
NU
FISHER
INTRODUCERE VALOARE FISHER
CALCUL PARAMETRU ADECVANTA RST
TIPARIRE REZULTATE PRIVIND ADECVANTA MODEL
VERIFICARE SEMNIFICATIE VARIABILE
CALCUL PARAMETRI SEMNIFICATIE: PMB, FB, RJ
TIPARIRE REZULTATE PRIVIND SEMNIFICATIE VARIABILE
INTERVALE DE INCREDERE SI ERORI STATISTICE
DA
P=95.
NU
STUDENTI
INTRODUCERE VALOARE STUDENT
CALCUL VECTORI (LBDI), (YAMPI)
TIPARIRE TABEL REZULTATE
TIPARIRE REZUMAT REZULTATE
STOP
2. SUBRUTINA INIT
START
INTRODUCERE DATE INITIALE
-TITLU PROCES STUDIAT
-DENUMIRE VARIABILE
-UNITATI DE MASURA
-FORMA FUNCTIEI DE REGRESIE
-NIVELURI VARIABILE INDEPENDENTE
3 SUBRUTINA ORT
START
CERERE NUME FISIERE INTRARE PENTRU:
- MATRICE [X]
- VECTOR (Y)
DESCHIDERE FISIERE INTRARE
[X]= LUN1
(Y)= LUN2
VERIFICARE ORTOGONALITATE PROGRAM EXPERIMENTAL
K=2, NIN+1
I=1,N
SUMA=ΣΣX(I,K)
DA
SUMA=0.
NU
PROGRAM NEORTOGONAL
STOP
K=2, NIN+1
L=K+1, NIN+1
I=1,N
SUMA=ΣΣX(I,K)*X(I,L)
DA
SUMA=0.
NU
PROGRAM NEORTOGONAL
STOP
RETURN
4. SUBRUTINA GENB
START
CERERE NUMAR SI ORDIN COEFICIENTI DE REGRESIE "b"
CAZ MAX ORD 1 INTEG.
CAZ MAX ORD 2 INTEG.
CAZ MAX ORD 3 INTEG.
CAZ MAX ORD 2 PART.
CAZ MAX ORD 3 PART.
TSTID
DA
ICON=Y
NU
TIPARIRE INFORMATII PRIVIND COEFICIENTII DE REGRESIE CE VOR FI CALCULATI
RETURN
5. SUBRUTINA TSTID
START
INITIALIZARE INDICI EROARE
IDCR=0. ILIM=0
IEGL=0 ICON=0
IZER=0
VALORI (INDXIN ORDINE CRESCAT?
DA
NU
IDCR=1
VALORI (INDX)SUB LIM?
DA
NU
ILIM=1
INDICI EGALI?
DA
NU
IEGL=1
INDICI NULI?
DA
NU
IZER=1
IEGL=1 SAU IZER=1 SAU ILIM=1
DA
NU
ICON=0
ICON=Y
RETURN
6. SUBRUTINA GENH
START
INITIALIZARE D(10)=1
GENERARE MATRICE [H]
STOP

— nivelurile naturale minim și maxim corespunzătoare fiecărei variabile independente X_j;

— identificatorul (nume$x$) corespunzător fișierului nume$x$. DAT (X1 sau XX5 etc.);

— identificatorul (nume$Y$) corespunzător fișierului nume$Y$. DAT (Y1 sau F6 etc.);

— ordinul funcției de regresie (dintre valorile 1, 2 sau 3);

— coeficienții de regresie b_j corespunzători termenilor de ordinul doi și trei — numai în cazul funcțiilor de regresie de ordinul doi sau trei și în cazul că nu sînt considerați toți cei posibili;

— numărul și valorile probabilităților adoptate;

— valorile funcțiilor FISHER și STUDENT, numai în cazul unor probabilități diferite de 95% (pentru probabilitatea de 95%, funcțiile respective sînt determinate automat prin intermediul unor subprograme).

Se menționează că în timpul rulării se verifică unele dintre operațiile efectuate și se dau rezultatele privind analiza de regresie (adecvanța modelului și semnaificația coeficienților de regresie) și, tabelar, valorile variabilei dependente experimentale și calculate, erorile statistice și intervalele de încredere corespunzătoare fiecărei experiențe. De asemenea, în final, se poate obține un listing cu rezumatul rezultatelor.

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Gheorghe, Fl. Drăgănescu*, Considerații privind alegerea formei funcțiilor de regresie multivariabile, Sesiunea științifică IPB — IMGB, 1979.
2. *G. E. P. Box, K. B. Wilson*, On the Experimental Attainment of Optimum Condition, Royal Stat. Soc., B. 13.1, 1951.
3. *R. Mihail*, Introducere în strategia experimentării cu aplicații din tehnologia chimică, E.S.E., București, 1976.
4. *S. M. Wu*, Tool-life testing by Response surface methodology, Part. 1 and Part 2, J. of Eng. for Ind., ASME Trans., may, 1964.
5. *M. Gheorghe ș.a.*, Considerații privind stabilirea nivelurilor variabilelor în programele experimentale de cercetare, Sesiunea științifică IPB — IMGB, 1979.
6. *M. Gheorghe, Fl. Drăgănescu*, Restricții privind structura programelor experimentale de cercetare, Sesiunea științifică IPB — IMGB, 1979.
7. *C. Stăncescu, M. A. Necula*, Utilizarea minicalculatorului CORAL — 4011 sub sistemul de operare RSX — 11M, IPB, 1983.
8. *M. Gheorghe, C. Stăncescu, Fl. Drăgănescu*, Algoritm și program de calcul pentru determinarea funcțiilor de regresie multivariabile, Volum II, Tribotehnica '84.

Algorithm and Program for Determination of Multivariable Regression Functions

The paper presents an algorithm and a program for determination of multivariable regression functions.

The algorithm contains the main mathematical relations concerning function form, experiment structure, coefficients calculus, regression analyse (model adequacy and coefficients significance analyse), statistical errors and confidence intervals.

The proposed program, which was elaborated in a conversational form for a CORAL—4011 minicomputer, is presented from the point of view of general structure and operating way.

C.Z.: 66.099-2

POSIBILITĂȚI DE CARACTERIZARE A MATERIALELOR SOLIDE POLIGRANULARE

GH. I. ENE, R. I. IATAN *

Lucrarea prezintă posibilitățile de determinare experimentală a valorilor principalelor mărimi (diametrul statistic, diametrul echivalent, coeficientul de formă, coeficientul de frecare externă și de frecare internă, coeficientul de restituire la șoc) caracteristice materialelor granulare, cu exemplificare pentru nisipul cuarțos și cărămidă, în vederea evaluării eficienței cernerii acestora.

În majoritatea industriilor de proces (chimică, materiale de construcții, alimentară, prepararea minereurilor etc.) se utilizează materii prime sau se obțin produse sub formă granulară. Materialele granulare sînt amestecuri polidisperse de particule cu dimensiuni și forme diferite. Un astfel de amestec polidispers este complet definit dacă se cunosc:

— granulometria acestuia, adică repartizarea particulelor după dimensiuni (spectrul granulometric) și valoarea dimensiunii medii a particulelor amestecului granular;

— geometria granulelor, rotunjimea muchiilor și a colțurilor;

— microgeometria suprafețelor granulelor, adică rugozitatea și porozitatea lor.

Toate mărimile menționate anterior au o influență deosebită asupra comportării materialelor granulare în instalațiile de mărunțire, ciuruire, amestecare, transportare, depozitare etc. și de aceea ele trebuie cunoscute și luate în considerare încă de la proiectarea utilajelor specifice.

Mărimea granulelor este direct proporțională cu dimensiunile lor și ea se exprimă prin orice caracteristică fizică măsurabilă care scade monoton cu dimensiunile acestora, ca de exemplu: dimensiunea reprezentativă, volumul, aria suprafeței, viteza de cădere într-un fluid etc. Aceste caracteristici fizice măsurabile, în raport cu care se face ordonarea granulelor, se numesc *mărimi de dispersie*. În cele ce urmează se utilizează diametrul statistic și diametrul echivalent drept caracteristici de dispersie pentru determinarea mărimii granulelor.

Diametrul statistic

Această caracteristică a granulelor se măsoară pe proiecția granulei pe o suprafață plană, ținîndu-se seama de o direcție aleasă de măsurare. Operația de măsurare se face în ipoteza că orice direcție de orientare a gra-

* Șef lucrări dr. ing; Șef lucrări dr. ing., catedra Utilaj tehnologic chimic.

nulelor are același grad de probabilitate. Diametrele statistice cel mai frecvent utilizate în practică sînt [1]:

— *diametrul după Feret* — x_{Fe} —, care se măsoară pe proiecția granulei pe o direcție perpendiculară pe direcția de măsurare (fig. 1);

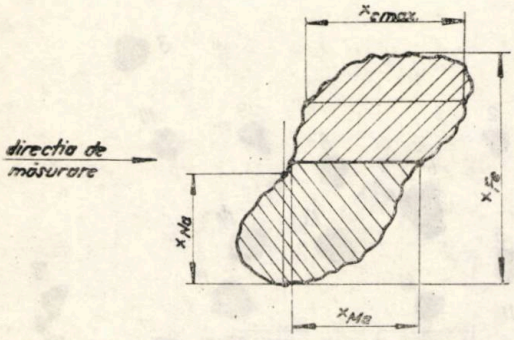


Fig. 1. Diametrele statistice măsurate pe proiecția granulei.

— *diametrul după Martin* — x_{Ma} —, care este dat de lungimea coardei orientată paralel cu direcția de măsurare și care împarte în două părți egale suprafața proiecției granulei (fig. 1);

— *diametrul după Nassenstein* — x_{Na} —, care este lungimea coardei perpendiculare pe tangenta la conturul proiecției granulei, paralelă cu direcția de măsurare (fig. 1);

— lungimea maximă a coardei paralele cu direcția de măsurare — x_{Cmax} (fig. 1).

Diametrul echivalent

Această caracteristică este definită ca dimensiunea unei figuri geometrice standard (de exemplu cerc) care are aceleași caracteristici geometrice (arie, perimetru) cu proiecția granulei. Pentru o determinare mai lesnicioasă s-a considerat drept diametru echivalent, diametrul x_e al cercului care are aria egală cu aria proiecției granulei considerate.

Factori de formă

Trebuie precizat că forma granulelor este caracterizată în mare măsură de rotunjimea muchiilor și a colțurilor, o stabilire precisă a formei fiind dificil de realizat. De exemplu o granulă cubică, care are muchiile și colțurile rotunjite, se apropie mult de o formă sferoidală. Forma granulelor se definește de obicei prin abaterea pe care acestea o prezintă față de forma sferică. Abaterea formei granulei de la forma sferică se exprimă prin mărimea denumită *factor de formă*. Diverși cercetători au propus pentru definirea formei granulelor diferite exprimări pentru factorii de formă [1]. În cazul de față, factorii de formă care se determină valoric cel mai simplu sînt cei rezultați din proiecția granulei. S-au utilizat în cadrul experimentărilor următoarele exprimări:

— *factorul de formă Pentland*, definit de relația

$$\psi_{Pe} = \left[\frac{\text{aria proiecției granulei}}{\text{aria cercului de diametru egal cu dimensiunea maximă a granulei}}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{\pi x_e^2/4}{\pi x_{max}^2/4}\right]^{\frac{1}{2}}; \quad (1)$$

— *factorul de formă Rittenhouse* — ψ_{Ri} —, a cărui valoare se determină prin compararea formei proiecției granulei cu forme de proiecții de granule existente într-un set standard (fig. 3), pentru care abaterea de la forma sferică este cunoscută.

Coeficienții de frecare externă și de frecare internă

În procesul de cernere, în special prin lunecarea materialului granular, sau al omogenizării unui amestec poligranular, de exemplu, eficiența operațiilor respective și consumul de energie pot fi apreciate corect numai prin stăpînirea sigură a valorilor *coeficienților de frecare externă* (frecarea materialului granular cu suprafața sitei sau cu suprafața interioară a recipientului în care se află amestecul polidispers, respectiv cu palele amestecătorului și cu arborele) și a celor de *frecare internă* (în vederea aprecierii capacității de segregare a granulelor în procesul de cernere, precum și la alegerea judicioasă a dimensiunilor amestecătorului în procesul de omogenizare).

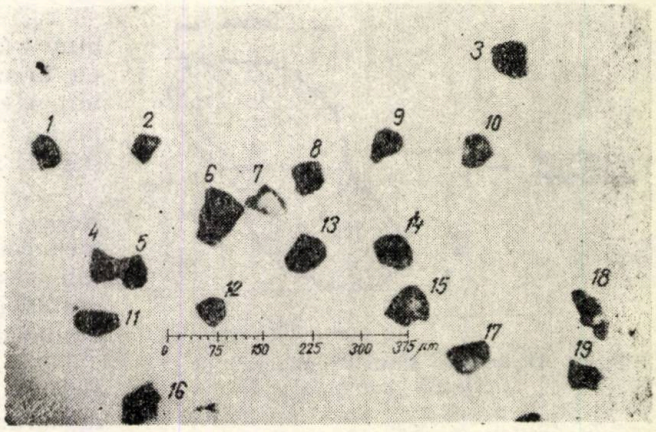


Fig. 3. Înregistrarea fotografică a proiecțiilor granulelor.

Coeficientul de restituire

În cazul cernerii prin aruncarea materialului de pe sită, de exemplu, o influență deosebită asupra procesului o are *coeficientul de restituire* la ciocnirea dintre granulă și sită. Acestea influențează pe de o parte procesul de segregare, iar pe de altă parte trecerea granulelor prin ochiurile sitei [9]. Valoarea coeficientului de restituire poate fi stabilită cu ajutorul relației

$$k = \sqrt{h_2/h_1}. \qquad (2)$$

unde h_2 este înălțimea de cădere a unei sfere și h_1 înălțimea de ridicare a acesteia după ciocnirea cu suprafața sitei.

Măsurări experimentale

De obicei măsurarea *diametrelor statistice* se realizează utilizînd un microscop special sau un aparat electronic automat de măsurare [2—7]. În lipsa acestora s-au utilizat proiecții ale granulelor, obținute prin fotografierea acestora sub microscop. S-au studiat în acest mod un număr de 166 de granule de nisip cuarțos, din patru fracțiuni granulometrice : 0,08 . . .

...0,16 mm, 0,16 ... 0,50 mm, 0,50 ... 1,00 mm și 1,00 ... 2,00 mm. Granulele primelor trei fracțiuni au fost mărite de 120 ori (o diviziune de pe reticulul gradat reprezintă 15 μm), iar cele ale ultimei fracțiuni de 10 ori (o diviziune de pe reticulul gradat reprezintă 1 mm). Valoarea x_e a *diametrului echivalent* se determină cu relațiile:

$$x_e = 0{,}1129\sqrt{A_{pf}} \tag{3}$$

pentru fotografiile mărite de 10 ori, și

$$x_e = 0{,}0094\sqrt{A_{pf}}, \tag{4}$$

pentru fotografiile mărite de 120 ori, unde A_{pf} este aria proiecției granulei, măsurată pe fotografie, mm².

Înregistrări fotografice ale proiecțiilor acestor granule sînt date, cu titlu de exemplu, în figura 2. Pentru toate granulele au fost măsurate valorile diametrelor statistice definite anterior și ale diametrelor echiva-

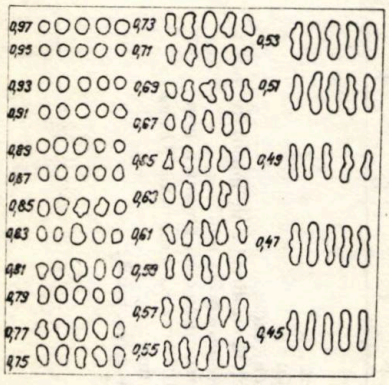


Fig. 3. Valori ale factorilor de formă după Rittenhouse [1]

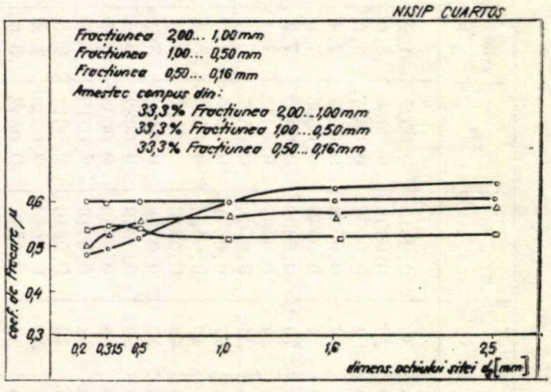


Fig. 4. Variația coeficienților de frecare în funcție de dimensiunea ochiurilor sitei

lente. Rezultatele măsurărilor sînt prezentate, în extras, în tabelul 1. Din studierea rezultatelor măsurărilor rezultă că, întotdeauna, $x_{Na} \leqslant x_{Fe}$ și $x_{Ma} \leqslant x_{Cmax}$. Pentru granule foarte apropiate de forma sferică deci a căror proiecție este foarte apropiată de cerc, $x_{Na} = x_{Fe} = x_{Ma} = x_{Cmax}$. De asemenea, s-a observat că valoarea mediei aritmetice x_m a mărimilor x_{Na}, x_{Fe}, x_{Ma}, x_{Cmax} este foarte apropiată de valoarea diametrului echivalent rezultat din aria proiecției granulei. Abaterea dintre valorile mărimilor x_m și x_e este de maximum 10%. Pentru definirea mărimii granulelor este mai simplu deci să se determine media aritmetică a valorilor diametrelor statistice amintite decît diametrul echivalent x_e (care necesită operația mai greoaie de planimetrare a ariei proiecției granulei). Dacă se realizează acest lucru pentru un număr foarte mare de particule se poate determina legea de distribuție a granulelor, după mărimea acestora.

NISIP CUARȚOS 0,08...0,16 mm

Tabelul 1

Nr. crt.	x_{Fe}	x_{Ma}	x_{Na}	$x_{c\,max}$	A_{pf}	x_e	x_m	Abat. * %	x_{max}	A_{max}	A_{pr}	ψ_{Pe}	ψ_{Ri}	Abat. ** %
1	0,0600	0,0450	0,0600	0,0450	30	0,0515	0,0525	1,9	0,0600	0,00282	0,00208	0,85	0,87	2,2
2	0,0465	0,0420	0,0465	0,0450	26	0,0479	0,0450	6,0	0,0525	0,00216	0,00180	0,91	0,87	4,3
3	0,0675	0,0600	0,0675	0,0600	52	0,0678	0,0637	6,0	0,0750	0,00441	0,00361	0,90	0,87	3,3
4	0,0600	0,0525	0,0600	0,0525	34	0,0548	0,0562	2,4	0,0600	0,00282	0,00236	0,91	0,87	4,3
5	0,0600	0,0450	0,0525	0,0450	34	0,0548	0,0506	7,6	0,0600	0,00282	0,00236	0,91	0,93	2,1
6	0,01050	0,0750	0,1050	0,0750	79	0,0830	0,0900	7,2	0,1050	0,00865	0,00548	0,79	0,83	4,8
7	0,0525	0,0600	0,0450	0,0600	39	0,0587	0,0543	7,4	0,0750	0,00441	0,00270	0,78	0,75	3,8
8	0,0570	0,0525	0,0570	0,0525	34	0,0548	0,0547	0,0	0,0600	0,00282	0,00236	0,91	0,91	0,0
9	0,0600	0,0525	0,0450	0,0525	37	0,0571	0,0525	8,0	0,0600	0,00282	0,00257	0,95	0,87	8,4
10	0,0600	0,0525	0,0600	0,0525	40	0,0594	0,0562	5,3	0,0600	0,00282	0,00277	0,99	0,95	4,0
11	0,0450	0,0750	0,0420	0,0750	43	0,0616	0,0592	3,8	0,0750	0,00441	0,00298	0,82	0,75	8,5
12	0,048	0,0450	0,0480	0,0480	27	0,0488	0,0472	3,2	0,0525	0,00216	0,00187	0,93	0,93	0,0
13	0,0660	0,0660	0,0660	0,0750	52	0,0678	0,0682	0,5	0,0750	0,00441	0,00361	0,90	0,91	1,0
14	0,0645	0,0615	0,0645	0,0630	49	0,0658	0,0633	3,7	0,0750	0,00441	0,00340	0,87	0,91	4,3
15	0,0750	0,0675	0,0675	0,0750	58	0,0716	0,0712	0,5	0,0750	0,00441	0,00402	0,92	0,89	6,5
16	0,0750	0,0570	0,0525	0,0600	43	0,0616	0,0611	0,5	0,0750	0,00441	0,00298	0,82	0,85	3,5
17	0,0600	0,0720	0,0525	0,0750	50	0,0660	0,0648	1,8	0,0750	0,00441	0,00347	0,88	0,87	1,1
18	0,0675	0,0450	0,0600	0,0450	34	0,0548	0,0543	0,9	0,0675	0,00357	0,00236	0,81	0,79	2,4
19	0,0600	0,0600	0,0450	0,0600	36	0,0564	0,0562	0,3	0,0600	0,00282	0,00250	0,85	0,85	9,5

NOTAȚII:

x_{Fe} — diametrul statistic după Feret, mm;
x_{Ma} — diametrul statistic după Martin, mm;
x_{Na} — diametrul statistic după Nassenstein, mm;
$x_{c\,max}$ — lungimea maximă a coardei, paralelă cu direcția de măsurare, mm;
A_{pf} — aria proiecției granulei măsurată pe fotografie, mm²;
x_e — diametrul echivalent rezultat din aria proiecției granulei, mm;
x_m — media aritmetică a diametrelor statistice x_{Fe}, x_{Ma}, x_{Na}, $x_{c\,max}$;
$x_{max.}$ — dimensiunea maximă a granulei, mm;
$A_{max.}$ — aria cercului cu diametrul egal cu x_{max}, mm²;
A_{pr} — aria reală a proiecției granulei, mm²;
ψ_{Pe} — factorul de formă Pentland;
ψ_{Ri} — factorul de formă Rittenhouse;
* Se referă la mărimile x_m și x_e;
** Se referă la mărimile ψ_{Ri} și ψ_{Pe}.

În tabelul 1 sînt prezentate și valorile factorilor de formă ψ_{Fe} și ψ_{Ri}. Se observă că abaterile dintre valorile factorilor de formă, determinate prin cele două metode expuse anterior, sînt sub 10% și se datoresc în bună măsură erorilor care apar la compararea proiecției granulelor cu cele standard. O impresie asupra formei granulelor se poate căpăta și prin compararea mărimilor x_{Na}, x_{Fe}, x_{Ma} și x_{Cmax}, pentru granulele apropiate de forma sferică, acestea avînd valori sensibil apropiate. Așa cum se poate observa și din tabelul 1, pentru granulele al căror factor de formă are valori 0,90 ... 0,97, mărimile x_{Na}, x_{Fe}, x_{Ma} și x_{Cmax} au valori aproape egale.

Dintre granulele studiate, aproximativ 84% au factori de formă cu valori pste 0,87 deci se poate aprecia că forma granulelor este sferoidală.

Microgeometria suprafeței granulelor (rugozitatea) poate fi apreciată, în principal, pe baza *coeficienților de frecare externă* și a celor de *frecare internă*. Pentru fracțiunile granulometrice prezentate s-au determinat valorile coeficientului de frecare externă pe site standard (DIN 4188) cu diferite dimensiuni ale ochiurilor (deci cu diferite grosimi ale sîrmei țesăturii). Variația valorilor coeficientului de frecare externă în funcție de diametrul sîrmei țesăturii (deci de „rugozitatea" ei) sînt date în figura 4. Din analiza graficelor prezentate în această figură se deduc următoarele :

a) Pentru fracțiunea 0,16 ... 0,50 mm coeficientul de frecare are valori mai ridicate pentru sitele cu dimensiunile ochiurilor de 0,200 și 0,315 mm, adică comparabile cu limita inferioară a domeniului de dimensiuni ale fracțiunii, deoarece granulele „angrenează" cu ochiurile sitei. Cînd dimensiunile ochiurilor sitei depășesc limita superioară a domeniului de dimensiuni ale fracțiunii, granulele pătrund în ochiurile sitei, frecarea avînd loc acum între straturile de material ; coeficientul de frecare determinat este cel de frecare internă.

b) Pentru fracțiunile 0,50 ... 1,00 mm și 1,00 ... 2,00 mm valorile coeficientului de frecare externă cresc, de asemenea, pe măsură ce cresc dimensiunile ochiurilor sitei (respectiv „rugozitatea" ei), pînă cînd dimensiunea ochiului sitei devine egală cu limita superioară a intervalului de dimensiuni ale fracțiunii, după care coeficientul de frecare măsurat este cel de frecare internă.

c) Amestecul de granule format din părți egale din cele trei fracțiuni (0,16 ... 0,50 mm, 0,50 ... 1,00 mm și 1,00 ... 2,00 mm) are un coeficient de frecare constant, a cărui valoare este egală cu cea a coeficientului de frecare internă. Acest lucru se explică prin faptul că granulele fine segregheză în mod automat în timpul formării stratului de material de pe sită pătrunzînd în ochiurile sitei, astfel încît straturile ulterioare de granule nu mai freacă, direct pe sită ci pe stratul de granule pătrunse în ochiurile acesteia (coeficientul de frecare fiind cel de frecare internă).

Valorile coeficienților de frecare internă sînt funcții de natura materialului, de dimensiunile și forma granulelor, de umiditatea acestora și, totodată, de microgeometria suprafeței lor. Într-adevăr, granulele de nisip care s-au format prin frecare în apa rîurilor au suprafața mai netedă (mai puțin rugoasă) decît granulele de cărămidă, de exemplu, care au fost obținute prin sfărîmare [8]. Prin urmare coeficienții de frecare internă au valori mai ridicate în cazul granulelor de cărămidă decît în cazul celor de

nisip [8]. Se menţionează că pentru materialele granulare cercetate umiditatea a fost sub 2%.

Pentru *coeficientul de restituire* rezultatele determinărilor sînt prezentate grafic în figura 5. Coeficientul de restituire la şoc pentru cuarţ pe oţel (determinat în aceleaşi condiţii) este $k_0 = 0{,}700$. Din analiza acestor rezultate se constată :

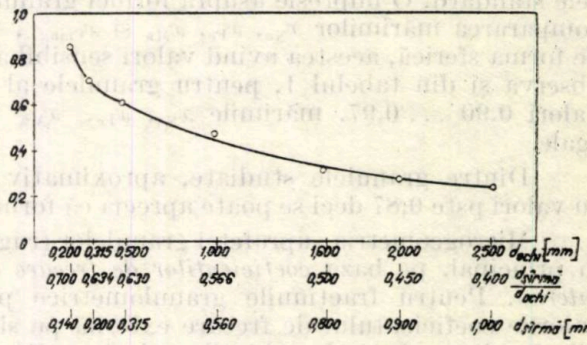


Fig. 5. Variaţia coeficientului de restituire la şoc în funcţie de dimensiunea ochiurilor sitei (şi implicit de grosimea sîrmelor ţesăturii).

a) Pentru site subţiri cu dimensiunea ochiului de 0,200 ... 0,315 mm (diametrul sîrmei ţesăturii 0,125 ... 0,200 mm) materialul este puternic aruncat, datorită elasticităţii sitei, rezultînd valori ridicate ale coeficientului de restituire la şoc ($k > k_0$.).

b) Pentru site groase cu dimensiunea ochiului de 0,5 ... 2,5 mm (diametrul sîrmei ţesăturii 0,315 ... 1,000 mm) se observă un efect de amortizare a şocului care este cu atît mai pronunţat cu cît sita este mai groasă ($k < k_0$).

c) Pentru site folosite (mai puţin întinse pe cadru) efectul de amortizare este foarte puternic, şocul fiind aproape plastic.

Concluzii

În cele ce preced se prezintă indicaţii teoretice şi determinări experimentale pentru cîteva caracteristici ale materialelor granulare (diametrul statistic, diametrul echivalent, factorii de formă, coeficienţii de frecare externă şi de frecare internă, coeficientul de restituire la şoc). Valorile mărimilor respective, necesare în aprecierea eficienţei procesului de cernere, în primul rînd, pot fi utilizate şi la caracterizarea altor operaţii fizice şi/sau chimice. Concluziile care se desprind din analiza rezultatelor experimentărilor făcute se impun ca utile, de exemplu, în alegerea unor regimuri funcţionale convenabile la ciururile folosite, cu lunecarea materialului sau cu aruncarea acestuia de pe suprafaţa sitei. Pe de altă parte se scoate în evidenţă efectul favorabil asupra segregării particulelor, dat de tensionarea corespunzătoare a sitelor, realizată diferenţiat pentru sitele noi cu grosimi ale sîrmelor ţesăturii sau pentru site deja exploatate o anumită perioadă de timp (trebuie să se ţină seamă aici, printre altele, de efectul de oboseală a materialului sitei). Oricare ar fi situaţia, trebuie să se evite „fluturarea" sitei în timpul funcţionării, datorită unei tensionări necorespunzătoare, cu efect nefavorabil atît asupra rezistenţei mecanice a sitei cît şi a eficienţei cernerii.

BIBLIOGRAFIE

1. *M. H. Pahl, G. Schädel, H. Rumpf*, Aufbereitungs-Technik, 14, nr. 10, 1973, p. 672–368.
2. *D. Lauer*, Grain size measurements on commercial powders, Alpine AG, Augsburg.
3. *W. Alex*, Aufbereitungs-Technik, 13, nr. 2, 1972, p. 105–111.
4. *W. Alex*, Aufbereitungs-Technik, 13, nr. 3, 1972, p. 168–182.
5. *W. Alex*, Aufbereitungs-Technik, 13, nr. 10, 1972, p. 639–652.
6. *W. Alex*. Aufbereitungs-Technik, 13, nr. 11, 1972, p. 723–732.
7. *R. Nelhs*, Verfahrenstechnik, 5, nr. 12, 1971, p. 492–498.
8. *Gh. Ene*, Posibilităţi de caracterizare a materialelor pulverulente şi granulare, Sesiunea ştiinţifică a Inst. Politehnic Bucureşti, 19–20 mai 1984.
9. *A. Meinel, H. Schubert*, Aufbereitungs-Technik, 13, nr. 7, 1972, p. 408–416.

The Possibilities of Caracterization of the Solid Polygranular Materials

The paper presents the experimental posibilities for determination of the principal elements (the statistical diameter, the equivalent diameter, the shape factor, the external and internal coefficients of friction, the coefficient of restitution of impact), which caracterize the polygranular materials, making clear by means of the siliceous sand and the brick, for the estimating of their screening.

C. Z.: 62—23: 514. 13: 531. 1/.3

RELAȚII MATRICEALE ÎN CINEMATICA ȘI DINAMICA MECANISMELOR PLANE

ȘT. STAICU *

Lucrarea determină, sub forma matriceală, ecuațiile diferențiale pentru mișcarea plan-paralelă a unui sistem de solide. A stfel, se stabilesc mai întîi formulele matriceale pentru distribuțiile de viteze și accelerații, în funcție de vitezele relative și de matricele ortogonale de transformare. În continuare se aplică ecuațiile lui Lagrange, determinînd expresiile pentru energia cinetică a sistemului și pentru puterea virtuală a forțelor exterioare.

1. Introducere

În această lucrare se stabilesc, mai întîi expresiile de calcul pentru viteze și accelerații din mișcarea compusă plan-paralelă a sistemelor de rigide.

Să considerăm triedrul fix $\Omega\xi\eta\zeta\,(T_0)$ și triedrele mobile $O_k x_k y_k z_k$ $(T_k,\ k = 1, 2, \ldots,\ n-1)$ în raport cu care se deplasează rigidul solidar cu sistemul $O_n x_n y_n z_n (T_n)$ (fig. 1). Fără a se reduce generalitatea problemei,

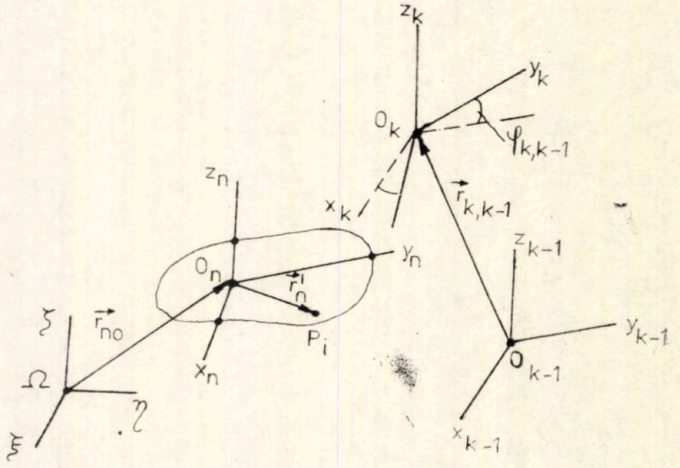


Fig. 1

* Șef lucrări dr. ing., catedra Mecanică.

putem presupune că sistemele de referință au originile O_k în planul director al mișcărilor, care coincide cu planul fix $\Omega\xi\eta$.

Parametrii de poziție ai sistemului mobil T_k, în raport cu reperul mobil T_{k-1}, vor fi unghiurile relative de rotație $\varphi_{k,k-1}$ dintre $O_k x_k$ și $O_{k-1}x_{k-1}$ și coordonatele relative ale originilor O_k, care formează matricele coloane :

$$(r_{k,k-1}) = \begin{bmatrix} x_{k,k-1} \\ y_{k,k-1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (k = 1, 2, \ldots, n) \tag{1}$$

și matricea ortogonală $[a_{k,k-1}]$ de trecere din sistemul mobil T_{k-1} în sistemul alăturat T_k :

$$[a_{k,k-1}] = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{k,k-1} & \sin\varphi_{k,k-1} & 0 \\ -\sin\varphi_{k,k-1} & \cos\varphi_{k,k-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Poziția absolută a rigidului T_n, față de reperul fix $\Omega\xi\eta\zeta$, este determinată de vectorul de poziție $\vec{r}_{n0}$ al originii O_n, exprimat prin proiecții pe axele fixe :

$$(r_{n0}) = \sum_{k=0}^{n-1} [a_{k0}]^T (r_{k+1,k}), \tag{3}$$

și de unghiul absolut de rotație

$$\varphi_{n0} = \sum_{k=1}^{n} \varphi_{k,k-1}, \tag{4}$$

unde s-a notat

$$[a_{k0}]^T = [a_{10}]^T [a_{21}]^T \ \ldots \ [a_{k,k-1}]^T = \prod_{j=1}^{k} [a_{j,j-1}]^T. \tag{5}$$

2. Distribuția vitezelor

Mișcările relative plan-paralele ale celor n elemente ale sistemului sînt caracterizate prin vitezele relative ale originilor O_k

$$(v_{k,k-1}) = (\dot{r}_{k,k-1}) = \begin{bmatrix} \dot{x}_{k,k-1} \\ \dot{y}_{k,k-1} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

și prin vitezele unghiulare relative $\dot{\varphi}_{k,k-1}$ care apar în expresiile matricelor antisimetrice ale rotațiilor relative

$$[\omega_{k,k-1}] = [a_{k,k-1}]\,[\dot{a}_{k,k-1}]^T = \omega_{k,k-1}[u] = \dot{\varphi}_{k,k-1}\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Pentru a obține componentele vitezei absolute a originii O_n pe axele legate de rigidul T_n, mai întîi se derivează (3) în raport cu timpul

$$(\dot{r}_{n0}) = \sum_{k=0}^{n-1} \{[\dot{a}_{k0}]^T (r_{k+1,k}) + [a_{k0}]^T (\dot{r}_{k+1,k})\}, \tag{8}$$

și apoi se înmulțește la stînga această ecuație cu matricea

$$[a_{n0}] = \prod_{j=1}^{n} [a_{n-j+1,n-j}]; \tag{9}$$

rezultă formula finală

$$(v_{n0}) = \sum_{k=0}^{n-1} [a_{nk}](\dot{r}_{k+1,k}) + [u] \sum_{k=1}^{n-1} \omega_{k,k-1} \sum_{q=k}^{n-1} [a_{nq}](r_{q+1,q}), \tag{10}$$

unde s-au făcut notațiile

$$[a_{nk}] = \sum_{j=1}^{n-k} [a_{n-j+1,n-j}] = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{nk} & \sin\varphi_{nk} & 0 \\ -\sin\varphi_{nk} & \cos\varphi_{nk} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[a_{nq}] = \sum_{j=1}^{n-q} [a_{n-j+1,n-j}] = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{nq} & \sin\varphi_{nq} & 0 \\ -\sin\varphi_{nq} & \cos\varphi_{nq} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\varphi_{nk} = \sum_{j=k+1}^{n} \varphi_{j,j-1}$$

$$\varphi_{nq} = \sum_{j=q+1}^{n} \varphi_{j,j-1}.$$

Matricea antisimetrică a rotației absolute a rigidului considerat este dată de relația

$$[\omega_{n0}] = [u] \sum_{k=1}^{n} \dot{\varphi}_{k,k-1}. \tag{12}$$

Pornind de la aceste rezultate se poate calcula viteza absolută a oricărui punct P_i al elementului T_n

$$(v_0^i) = (v_{n0}) + [\omega_{n0}](r_n^i), \tag{13}$$

în care

$$(r_n^i) = \begin{bmatrix} x_n^i \\ y_n^i \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{14}$$

3. Distribuția accelerațiilor

Să derivăm (8) în raport cu timpul:

$$(\ddot{r}_{n0}) = \sum_{k=0}^{n-1} \{[\ddot{a}_{k0}]^T(r_{k+1,k}) + 2[\dot{a}_{k0}]^T(\dot{r}_{k+1,1}) + [a_{k0}]^T(\ddot{r}_{k+1,k})\}, \tag{15}$$

și să multiplicăm la stînga cu matricea (9); se obține matricea accelerației punctului O_n:

$$(\gamma_{n0}) = \sum_{k=0}^{n-1} [a_{nk}](\ddot{r}_{k+1,k}) + \sum_{k=1}^{n-1} \{\{-[e]\,\omega_{k,k-1}^2 +$$

$$+ [u]\,\dot{\omega}_{k,k-1}\} \sum_{q=k}^{n-1} [a_{nq}](r_{q+1,q}) + 2\omega_{k,k-1} \sum_{q=k}^{n-1} [a_{nq}](\dot{r}_{q+1,q}) +$$

$$+ [u] \sum_{q=k+1}^{n-1} \omega_{q,q-1} \sum_{s=q}^{n-1} [a_{ns}](r_{s+1,s})\}\}, \tag{16}$$

în care $[e]$ este matricea unitate.

Accelerația absolută a punctului P_i al rigidului se poate calcula cu relația

$$(\gamma_0^i) = (\gamma_{n0}) + \{[\omega_{n0}]^2 + [\dot{\omega}_{n0}]\}\,(r_n^i), \tag{17}$$

unde

$$[\dot{\omega}_{n0}] = [u] \sum_{k=1}^{n} \ddot{\varphi}_{k,k-1}$$

$$[\omega_{n0}]^2 + [\dot{\omega}_{n0}] = -[e]\{\sum_{k=1}^{n} \dot{\varphi}_{k,k-1}^2 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} \dot{\varphi}_{k,k-1} \sum_{q=k+1}^{n} \dot{\varphi}_{q,q-1} +$$

$$+ [u] \sum_{k=1}^{n} \ddot{\varphi}_{k,k-1}\}. \tag{18}$$

2. Forma matriceală a ecuațiilor de mișcare

În continuare, se stabilesc ecuațiile diferențiale ale mișcării plan-paralele a sistemului. Vom presupune că elementele T_k ale mecanismului sînt supuse unor legături ideale și cu au $\nu < 3n$ grade de libertate. Astfel, se face ipoteza că un element oarecare T_k alunecă în punctele B_k^l pe curbele Γ_{k-1}^l de ecuații

$$g_{k-1}^l(x_{k-1},\ y_{k-1}) = 0 \tag{19}$$
$$z_{k-1} = 0.$$

Aceste legături aparțin rigidului T_{k-1} solidar cu triedrul $O_{k-1}x_{k-1}y_{k-1}z_{k-1}$. Cele ν coordonate generalizate q_r pot fi o parte din variabilele $x_{k,k-1}$, $y_{k,k-1}$, $\varphi_{k,k-1}$. Variația în timp a acestor parametri se obține cu ajutorul ecuațiilor lui Lagrange

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left\{\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_r}\right\} - \frac{\partial E}{\partial q_r} = Q_r,\quad (r = 1, 2, \ldots, \nu). \tag{20}$$

Energia cinetică E a sistemului are expresia

$$E = \sum_{\sigma=1}^{n}\left\{\frac{1}{2}(v_{\sigma_0})^T[m_\sigma](v_{\sigma_0}) + \frac{1}{2}(\omega_{\sigma_0})^T[J_\sigma](\omega_{\sigma_0}) + (v_{\sigma_0})^T[m_\sigma]\,[\omega_{\sigma_0}]\,(r_\sigma^C)\right\}, \tag{21}$$

unde

$$[m_\sigma] = \begin{bmatrix} m_\sigma & 0 & 0 \\ 0 & m_\sigma & 0 \\ 0 & 0 & m_\sigma \end{bmatrix} \tag{22}$$

este matricea diagonală a masei m_σ, iar

$$[J_\sigma] = \begin{bmatrix} J_x^\sigma & -J_{xy}^\sigma & -J_{xz}^\sigma \\ -J_{yz}^\sigma & J_y^\sigma & -J_{yz}^\sigma \\ -J_{zx}^\sigma & -J_{zy}^\sigma & J_z^\sigma \end{bmatrix} \tag{23}$$

reprezintă matricea tensorului de inerție al rigidului T_σ relativ la reperul $O_\sigma x_\sigma y_\sigma z_\sigma$.

Dacă se substituie $(v_{\sigma 0})$ și $[\omega_{\sigma 0}]$ prin relații analoage cu (10) și (12), iar $(\omega_{\sigma 0})$ prin matricea coloană

$$(\omega_{\sigma 0}) = (u)\sum_{k=1}^{n}\omega_{k,\,k-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\sum_{k=1}^{\sigma}\dot{\varphi}_{k,\,k-1}, \tag{24}$$

energia cinetică (21) poate fi reprezentată prin funcția

$$E = f(x_{k,k-1},\ y_{k,k-1},\ \varphi_{k,k-1},\ \dot{x}_{k,k-1},\ \dot{y}_{k,k-1},\ \dot{\varphi}_{k,k-1}), \tag{25}$$

$$(k = 1, 2, \ldots, n).$$

Ținînd seama, însă, de relațiile matriceale

$$(r_{k-1}) = (r_{k,k-1}) + [a_{k,k-1}]^T (r_k^l), \tag{26}$$

scrise pentru punctele B_l^k, condițiile de legătură (19) devin

$$g_{k-1}^l(x_{k,k-1},\ y_{k,k-1},\ \varphi_{k,k-1}) = 0. \tag{27}$$

De asemenea, condițiile de compatibilitate a mișcării mecanismului

$$(v_{k,k-1})^T\,[a_{k,k-1}](\nabla g_{k-1}^l) + (\omega_{k,k-1})^T\,[r_k^l][a_{k,k-1}](\nabla g_{k-1}^l) = 0, \tag{28}$$

scrise pentru vitezele relative, conduc la relații de forma

$$h_{k-1}^l(x_{k,k-1},\ y_{k,k-1},\ \varphi_{k,k-1},\ \dot{x}_{k,k-1},\ \dot{y}_{k,k-1},\ \dot{\varphi}_{k,k-1}) = 0, \tag{29}$$

care arată că variabilele funcției (25) nu sînt independente.

Pentru determinarea forțelor generalizate Q_r se calculează puterea virtuală dezvoltată de forțele exterioare $\overrightarrow{F}_\sigma^i (i = 1, 2, \ldots, t_\sigma)$ aplicate în punctele A_i^σ, în timpul unei deplasări virtuale generale, compatibilă cu legăturile, adică

$$\hat{P} = \sum_{\sigma=1}^{n} \sum_{i=1}^{t\sigma} \{(\hat{v}_{\sigma 0})^T (f_\sigma^i) + (\hat{\omega}_{\sigma 0})^T\,[r_\sigma^i](f_\sigma^i)\}. \tag{30}$$

Viteza virtuală absolută $(\hat{v}_{\sigma 0})$ a originii O_σ a triedrului $O_\sigma x_\sigma y_\sigma z_\sigma$ și viteza unghiulară virtuală absolută $(\hat{\omega}_{\sigma 0})$ a solidului atașat pot fi exprimate în funcție de vitezele virtuale relative

$$(\hat{v}_{k,k-1}) = \begin{bmatrix} \hat{v}_x^{k,k-1} \\ \hat{v}_y^{k,k-1} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{31}$$

ale originilor O_k, vitezele unghiulare virtuale

$$(\hat{\omega}_{k,k-1}) = \hat{\omega}_{k,k-1}(u) \tag{32}$$

și de matricele antisimetrice

$$[\hat{\omega}_{k,k-1}] = \hat{\omega}_{k,k-1}[u] \tag{33}$$

adică

$$(\hat{v}_{\sigma 0}) = \sum_{k=0}^{\sigma-1} [a_{\sigma k}](\hat{v}_{k+1,\,k}) + [u] \sum_{k=1}^{\sigma-1} \hat{\omega}_{k,\,k-1} \sum_{q=k}^{\sigma-1} [a_{\sigma q}](r_{q+1,\,q}) \tag{34}$$

$$(\hat{\omega}_{\sigma 0}) = (u) \sum_{k=1}^{\sigma} \hat{\omega}_{k,\,k-1}.$$

Matricele $[a_{\sigma k}]$ și $[a_{\sigma q}]$, care apar în relațiile de mai sus, au expresii analoage cu (11).

Condițiile cinematice de legătură, la care sînt supuse vitezele virtuale ale punctelor de contact B^l_σ se exprimă prin relații asemănătoare cu (28), adică

$$(\hat{v}_{\sigma,\,\sigma-1})^T\,[a_{\sigma,\,\sigma-1}](\nabla g^l_{k-1}) + (\hat{\omega}_{\sigma,\sigma-1})^T\,[r^l_\sigma][a_{\sigma,\,\sigma-1}](\nabla g^l_{\sigma-1}) = 0, \tag{35}$$

în care

$$(\nabla g^l_{\sigma-1}) = \left[\frac{\partial g^l_{\sigma-1}}{\partial x_{\sigma-1}} \quad \frac{\partial g^l_{\sigma-1}}{\partial y_{\sigma-1}} \quad \frac{\partial g^l_{\sigma-1}}{\partial z_{\sigma-1}}\right]^T \tag{36}$$

este matricea coloană a vectorului gradient $\vec{\nabla} g^l_{\sigma-1}$.

Dacă rigidul T_σ efectuează o mișcare relativă de rostogolire fără alunecare peste o curbă $\Gamma_{\sigma-1}$ care aparține triedrului $O_{\sigma-1}\,x_{\sigma-1}\,y_{\sigma-1}\,z_{\sigma-1}$, sistemul de forțe se completează cu forța de frecare

$$(f_\sigma) = \lambda_\sigma[a_{\sigma,\,\sigma-1}][\nabla g_{\sigma-1}][a_{\sigma,\,\sigma-1}]^T\,(u), \tag{37}$$

iar condițiile de compatibilitate pentru mișcările reale sau virtuale se scriu

$$(v_{\sigma,\,\sigma-1}) + [\omega_{\sigma,\,\sigma-1}](r_\sigma) = 0, \tag{38}$$

respectiv

$$(\hat{v}_{\sigma,\,\sigma-1}) + [\hat{\omega}_{\sigma,\,\sigma-1}](r_\sigma) = 0. \tag{39}$$

Observație. Pentru determinarea forțelor $\vec{F}'^i_\sigma$ din legăturile mecanismului se aplică teorema cantității de mișcare

$$[m_\sigma](\gamma_{\lambda 0}) = \sum_i \{(f^i_\sigma) + (f'^i_\sigma)\} \tag{40}$$

și teorema momentului cinetic față de O_σ

$$[J_\sigma](\dot{\omega}_{\sigma 0}) + [\omega_{\sigma 0}][J_\sigma](\omega_{\sigma 0}) + [m_\sigma]\,[r^C_\sigma](\gamma_{\sigma 0}) = \tag{41}$$

$$= \sum_i \{[r^i_\sigma](f^i_\sigma) + [r'^i_\sigma](f'^i_\sigma)\}$$

pentru fiecare element.

BIBLIOGRAFIE

1. *Șt. Staicu*, Introducere în mecanica teoretică, Ed. Științifică și enciclopedică, București, 1983.
2. *D. Mangeron, N. Irimiciuc*, Mecanica rigidelor cu aplicații în inginerie, Ed. Tehnică, București 1978 (vol. I), 1980 (vol. II), 1981 (vol. III).
3. *V. Vâlcovici, Șt. Bălan, R. Voinea*, Mecanica teoretică, Ed. Tehnică, București, 1968.
4. *C. Iacob*, Mecanica teoretică, Ed. Didactică și pedagogică, București, 1971.
5. *F. M. Dimentberg*, Teoria vintov i ee prilojenia, Ed. Nauka, Moskva, 1978.
6. *G. E. Mase*, Theory and problems of continuum mechanics, Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1970.
7. *J. Wittenburg*, Dynamics of systems of rigid bodies, Stuttgart, 1977, Mir, Moscova, 1980.

Relations matricielles dans la cinématique et la dynamique des méeanismes planes

L'article détermine, sous forme matricielle, les équations différencielles pour le mouvement plan-parallèle d'un système de solides. Ainsi, on établit premièrement les formules matricielles pour les distributions des vitesses et des accélérations, en fonction des vitesses relatives et des matrices orthogonales de transformation. En suite on applique les équations de Lagrange, en déterminant les expressions de l'énergie cinétique du système et de la puissance virtuelle des forces extérieures.

BOOKS

Popovici, V., Şontea, S., Popa, N., Şarlău, C., Miloş, L., Nanu, S., GHIDUL LUCRĂRILOR DE SUDARE, TĂIERE, LIPIRE (Guide on welding, cutting, brazing procedures), Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1984, 531 p.

All the technologies of welding, cutting and brazing are covered in the book. This is a documentation tool on materials, units, procedures. It also contains the design estimation of welded joints, of their bindings, failures, and technical control.

The authors tried to advance the latest Romanian achievements correlated to the world--wide tendencies and the developing prospectives.

Minciu, C., PRECIZIA ŞI CONTROLUL ANGRENAJELOR (Gearings accuracy and control), Editura tehnică, Bucureşti, 1984, 336 p.

Starting with the real manner of toothing formation on machine-tools, and with the quality of their coupling into gearing, both being step by step appropriately presented, the work defines the accuracy of gears and gearing.

The work deals with the problems of gears and gearing accuracy, considered with the ensemble of the involved factors defining it, the influence of the machine-tools accuracy (statical, kinematical and dynamical), the cutting tools accuracy and other being also presented. Regarded from gears and gearings accuracy point of view, the control and verification methods of machine-tools and of involved cutting tools are presented. An important part of the work deals with the methods and the apparatus employed for the control of gears and gearings.

The work is based on the results achieved by the research performed in this country and abroad. The work is addressed to the readers working in the field of the mechanical engineering, as well as to engineers, technical controllers, etc.

Dumitraş, C., Militaru, C., AŞCHIEREA METALELOR ŞI FIABILITATEA SCULELOR AŞCHIETOARE (Metal cutting and reliability of cutting tools) Editura tehnică, Bucureşti, 1983, 274 p.

Surface generating by cutting, characterized by high production rates and a high degree of accuracy of the size, geometrical shape, reciprocal position and roughness of surfaces, amounts to over 60—75 per cent of the work expended in manufacturing a product in the engineering industries.

Based on the results of the authors' own research work and on the specialized work undertaken in this country and abroad, the present book deals with new aspects pertaining to the calculation of machining allowances and the problem of optimizing the geometrical parameters of cutting tools, respectively.

A new theory is also set forth accounting for the process of chip formation, based on the laws characteristic of the volumetric plastic deformations of metals. The theory worked out has resulted in establishing some new mathematical relations for calculating the cutting force components in turning, milling and drilling operations.

Ispas, C., Ionescu, I.A., Ionescu C.I., Lazarovici, V.A., Andriescu, N.T., ERGONOMIA MAŞINILOR-UNELTE (Machine-tool ergonomy), Editura tehnică, Bucureşti, 1984, 256 p.

This book provides the machine building specialist with some basic ergonomical elements required for optimizing the solutions of turning to a better account the human potential entailed by machine--tool utilization.

While presenting the influence of the working conditions on man, the reader is informed on the importance of human body position during work, the physical environment parametres (illumination, noise and vibration levels), the microclimate factors (temperature, humidity, air droughts), the pollution factors (gases, fumes, vapors, smoke, dust, etc.), the psychosocial conditions.

Special attention has been given to the location and ergonomical shape of the manual controls specific for machine-tools. Special sections are dedicated to presenting the biological and psychological stresses and their role in approaching the complex problems of adapting the machine-tools to man possibilities, his physical, psychical and intellectual capacity.

IN PRINT

Tache Voicu et al., ELEMENTE DE PROIECTARE A DISPOZITIVELOR (Devices design elements), Editura tehnică, București, 1985, 30 publisher's sheets

This work is conceived as a guide-album for designing machine-tools devices.

From the contents : Fundamentals of orienting and fixing semi-products into the devices ; Methodology elements for devices designing ; Non-normalized devices elements and subunits (supports ; fixing mechanisms ; self-centering fishing taps and mandrels ; shaping, rectifying, milling, toothing, and assembling devices) ; Standardized and normalized device elements (supporting plugs and prisms, centering bolts, flanges, eccentric cams, size dimensions, bodies, etc.).

Cioeîrdia, C., Drăgulănescu, I., Drăgulănescu, E., ALIAJE DURE SINTERIZATE ȘI UTILIZAREA LOR LA PRELUCRAREA METALELOR (Sinterized hard alloys and their use in metal processing), Editura tehnică, București, 1985, 18 publisher's sheets

This work organically combines the aspects dealing with the ellaboration of hard alloys from sinterized carbides with those concerning the optimization of their uses. The problems are treated concerning the productivity, quality and economic efficiency of metal processing with the sinterized hard alloys, in function of the most rational choosing of the cutting points and cutting work regimes for the whole diversity of conditions in industry.

From the contents : Raw materials and the producing technology of metallic carbides ; The technology of producing carbide mixtures with sinterization binding agent ; Cool forming of parts ; Sinterization ; Warm pressure moulding and warm isostatic pressing ; Mechanical processing of the sinterized parts ; Methods of testing the raw materials and the finished product ; Technical control of quality ; Hard sinterized alloys employed in industry for cutting, mining industry, etc. ; Ceramic materials ; Practical technological data concerning the use of hard sinterized alloys points for metal cutting.

Brăgaru, A., et al., TEORIA ȘI PRACTICA PROIECTĂRII DISPOZITIVELOR PENTRU PRELUCRĂRI PE MAȘINI-UNELTE. SEFA-DISROM. SISTEM ȘI METODA, vol. 2, Editura tehnică, București, 1985, 20 publisher's sheets

The first volume of this work, published in 1982, contained the phase S01 for designing devices according to the SEFA-DISROM methodology.

The second volume of this work presents the theory and practicability in this methodology (SEFA-DISROM), approaching the phases SO2 (manufacturing), SO3 (homologation), SO4 (exploitation), SO5 (storaging), SO6 (repairing), SO7 (shunting), SO8 (reconditioning), SO9 (going to refuse). The specific stages and activities of each phase are presented.

Being a totally new concept, not only in the national plan, this work is addressed to engineers, technicians and highly skilled workers in the machine building industry and the enterprises for repairing implements in the other industries, above all those in the compartment of the technological preparation of manufacturing, being also useful to the students of the respective faculties.

Drimer, D., Crișan, I., Oprean, A., Dorin, A., et al., ROBOȚI INDUSTRIALI ȘI MANIPULATOARE (Industrial robots and manipulators), Editura tehnică, București, 1985, 25 publisher's sheets

This work demonstrates how to solve the problems of increasing the work productivity and quality of products, while diminishing the cost price in industry by introducing the industrial robots and manipulators. The way of functioning, manufacturing, designing and exploitation of these devices are presented.

From the contents : Characteristic parameters and the classification of the industrial robots and manipulators ; Kinematics and dynamics of the industrial robots and manipulators ; Constructive and calculation elements of the industrial robots and manipulators ; Powering and driving systems of the industrial robots and manipulators ; Control systems of the industrial robots and manipulators (informational systems, sensors and transducers, data processing systems, programming systems and languages, control systems of the industrial robots and manipulators, etc.).

The book is destined to the engineers and researchers, also being useful to the students of the respective technical institutions.

TEZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN 1984—1985

Ion Dan Dumitrescu — Contribuții la tehnologia de realizare a structurilor metalice de tip fagure plan. (9.III.1984)

Eugen Străjescu — Contribuții privind influența microgeometriei părții așchietoare a sculei asupra durabilității. (8.VI.1984).

Constantin Stănescu — Cercetări privind optimizarea sistemelor de strîngere a dispozitivelor folosite la prelucrări pe mașini-unelte. (12.VII.1984)

Marian Gheorghe — Cercetări privind prelucrabilitatea prin așchiere a fontelor maleabile. (12.VII.1984).

Horia Miron Gheorghiu — Stări locale de eforturi unitare în recipiente cilindrice solicitate cu presiune interioară. (9.XI.1984)

Ioan Tănase — Cercetări privind stabilirea capacității de așchiere a frezelor frontale cu dinți demontabile. (19.IV.1984).

Corina Negruț Voicu — Contribuții la studiul vibrațiilor grinzilor cu reazeme rigide și elastice. (8.VI.1985).

Ion Tudose — Studiul tensiunilor și deformațiilor datorate sarcinilor concentrate aplicate în punctele de sprijin ale vaselor și rezervoarelor. (8.VI.1985).

Cătălin Spulber — Contribuții la studiul dinamic al aparatajului hidrostatic de presiune utilizat la mașini-unelte. (2.VII.1985).

Gheorghe Sindilă — Cercetări teoretice și experimentale privind deformarea plastică în cîmp electromagnetic. (8.VII.1985).

I. P. Informația c. 1342

40 480